El modelo de Solow

Enric Martorell

CUNEF

Crecimiento Económico

2024-2025

TEORÍA DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO MODERNO [1]

- ¿Qué es una teoría económica? En terminos de Lucas (1988):

  > *... usaremos el término 'teoría' en un sentido restrictivo, para referirnos a un sistema matemático y dinámico explícito ... la construcción de un mundo mecánico y artificial, poblado por "robots" interactivos ... que es capaz de exhibir un comportamiento cuyas características generales se asemejan a las del mundo real ...*

- Un modelo es una representación matemática de una teoría económica

Teoría del crecimiento económico moderno [2]

- Solow (1956) propone un modelo del crecimiento económico **moderno**
  - → Sostenido a lo largo del tiempo
  - → Coherente con los hechos de Kaldor
  - → Esta teoría le valió el premio Nobel de Economía en 1987
  - → Swan (1956) propone simultáneamente un modelo muy similar
- Centrado alrededor de dos ecuaciones
  1. Función de producción
  2. Ecuación de acumulación de capital

Supuestos del modelo de Solow [1]

> *Todas las teorías dependen de supuestos los cuales no son del todo ciertos. Esto es lo que las hace ser teorías. El arte de teorizar satisfactoriamente se basa en hacer estas simplificaciones de tal forma que los resultados finales no son demasiado sensibles a ellas.*
>
> *—Robert Solow (1965), p.65*

1. Economía cerrada (sin comercio internacional)
2. Sin gobierno (o consumo público)
3. Solo se produce un bien homogéneo
4. Las empresas alquilan los factores de producción a los hogares

$$Y = F(?)$$

Supuestos del modelo de Solow [2]

- ¿Cuales son los factores de producción relevantes desde el 1800?
- Objetivo: maximizar la capacidad de replicar los hechos sobre el crecimiento económico moderno, minimizando la complejidad (# de factores). Los datos nos pueden ayudar:
  - → La compensación del **trabajo** es aproximadamente el 65% del PIB (Hecho de Kaldor #3)
  - → Pensaremos en el factor restante como **capital**
    - → Con Malthus asumimos que el factor tierra es fijo. Post-1800 asumimos que podemos relajar este supuesto y que la tierra sigue una dinámica parecida al capital

$$Y = F(K, L)$$

Supuestos del modelo de Solow [3]

- ¿Cómo de bien usamos los factores de producción? $\rightarrow$ Tecnología
- Asumimos que la tecnología crece de forma exógena y afecta por igual a ambos insumos
- Entendemos tecnología de forma muy amplia (Objetivo: simplificar)
  - $\rightarrow$ Gestión de la empresa (manager)
  - $\rightarrow$ Logística de la empresa (distribución, almacenamiento, etc.)
  - $\rightarrow$ Tecnología de la información (software, hardware, etc.)
- En general, podemos pensar en la tecnología como nuevas ideas

$$Y = BF(K, L)$$

SUPUESTOS DEL MODELO DE SOLOW [4]

- ¿Cómo se intercambian los factores de producción? $\rightarrow$ Mercados
  - $\rightarrow$ Los beneficios empresariales en el ingreso nacional son de alrededor del 5%
  - $\rightarrow$ Esto sugiere que los mercados de productos y factores son competitivos
- Asumimos que los mercados de capital y trabajo son perfectamente competitivos
- Las empresas maximizan beneficios y pagan a los dueños de los factores de producción (los hogares) su producto marginal

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = r \quad , \quad \frac{\partial Y}{\partial L} = w \tag{1}$$

Producción en el modelo de Solow [1]

- Los supuestos anteriores implican que la producción de bienes en la economía requiere de
  - $\rightarrow$ capital K
  - $\rightarrow$ trabajo L
  - $\rightarrow$ tecnología A
- Al mismo tiempo la proporción de capital y trabajo en la economía es constante (factor de Kaldor)

$$\frac{rK}{Y} = \alpha \quad , \quad \frac{wL}{Y} = 1 - \alpha \tag{2}$$

Producción en el modelo de Solow [2]

- ¿Qué forma funcional cumple con los supuestos anteriores?
- Asumimos $Y_t = B_t F(K_t, L_t) = B_t K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$
  - $\rightarrow$ Cobb and Douglas (1928) propusieron esta forma funcional en sus análisis de la manufactura en Estados Unidos. Afirmaron que un valor para α de 0.25, se ajustaba muy bien a los datos. Asumimos $\alpha \in (0, 1)$

Producción en el modelo de Solow [3]

- Rendimientos constantes de escala: $B_t F(K_t, L_t) = F(B_t K_t, B_t L_t)$
  - $\rightarrow$ Si duplicamos ambos factores se duplica la producción
- Creciente en ambos factores: $\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} > 0$, $\frac{\partial Y_t}{\partial L_t} > 0$
  - $\rightarrow$ Si incrementamos alguno de los factores incrementa la producción
- Productos marginales decrecientes: $\frac{\partial^2 Y_t}{\partial K_t^2} < 0$, $\frac{\partial^2 Y_t}{\partial L_t^2} < 0$
  - $\rightarrow$ Cuanto más abundante sea un factor, por cada unidad extra, menor es el incremento en la producción
- Por facilitar los cálculos vamos a asumir $B_t = A_t^{1-\alpha}$ de tal forma que trabajaremos con

$$Y_t = K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha} \tag{3}$$

- Las empresas maximizan beneficios: $\max_{K,L} \Pi_t = P_t Y_t - r_t K_t - w_t L_t$
  - $\rightarrow$ Dado que solo existe un bien homogéneo podemos normalizar $P_t = 1$
- Con condiciones de primer orden

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = \alpha \left(\frac{K_t}{A_t L_t} \right)^{\alpha - 1} = \alpha \frac{Y_t}{K_t} = r_t \tag{4}$$

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial L_t} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = (1-\alpha) A_t \left(\frac{K_t}{A_t L_t} \right)^{\alpha} = (1-\alpha) \frac{Y_t}{L_t} = w_t \tag{5}$$

- Cumplen con la condición (1): las empresas pagan a los propietarios de los factores (hogares) su producto marginal

PRODUCCIÓN EN EL MODELO DE SOLOW [5]

- También cumple con la condición (2): proporciones constantes de capital y trabajo en la economía

$$\frac{r_t K_t}{Y_t} = \frac{\alpha\left(\frac{K_t}{A_t L_t}\right)^{\alpha-1} K_t}{K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}} = \alpha \quad , \quad \frac{w_t L_t}{Y_t} = \frac{(1-\alpha)A_t\left(\frac{K_t}{A_t L_t}\right)^{\alpha} L_t}{K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}} = 1-\alpha \quad (6)$$

- y dado que los hogares son los propietarios de los factores de producción, sus ingresos totales deben ser igual a la producción

$$r_t K_t + w_t L_t = Y_t \quad (7)$$

Ahorro en el modelo de Solow

- ¿Cómo deciden los hogares sus niveles de consumo y ahorro?
  - → Una de las preguntas más estudiadas en la economía moderna
- Supuestos sobre como se valora consumo presente vs consumo futuro
- Supuestos sobre como se valora incertidumbre
- El modelo de Solow se abstrae de este tipo de (realidades) complicaciones
  - → Los hogares ahorran una fracción s constante de sus ingresos en cada periodo
  - → ¿Qué ocurre con este ahorro? Se invierte en capital

$$I_t = s_t Y_t \tag{8}$$

PIBpc en el modelo de Solow [1]

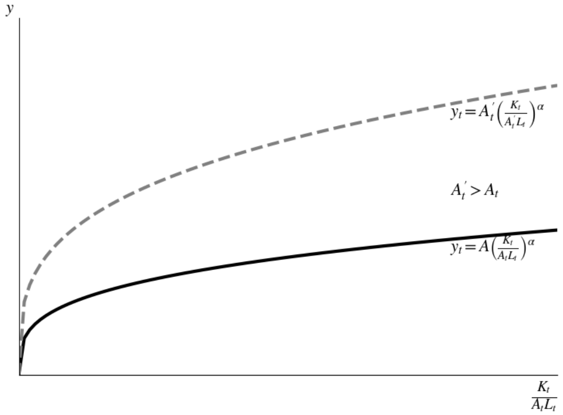
- Los hechos sobre el crecimiento económico del Tema 1 usan como medida de referencia el PIBpc
- Asumimos que toda la población trabaja $\rightarrow L_t$ representa el total de la población
- Producción per cápita (PIBpc) queda definido como

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t} = \frac{K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}}{L_t} = A_t \left(\frac{K_t}{A_t L_t} \right)^{\alpha} = A_t k_t^{\alpha} \tag{9}$$

donde $k_t = \frac{K_t}{A_t L_t}$ es capital por unidad eficiente de trabajo

PIBpc en el modelo de Solow [2]

- $\frac{\partial y_t}{\partial k_t} > 0 \rightarrow$ A mayor k_t, mayor y
- $\frac{\partial^2 y_t}{\partial k_t^2} < 0 \rightarrow k$ tiene un producto marginal decreciente
- Para un nivel determinado de tecnología, a más k_t, mayor y_t, pero con producto marginal decreciente
- Una mejora tecnológica A' aumenta y_t para cualquier nivel de k_t



Tasa de crecimiento del PIBpc en el modelo de Solow

- Podemos convertir y_t en tasas de crecimiento
- Por facilidad en el álgebra conviene pensar en nuestras variables en tiempo continuo en lugar de discreto

$$x_t = x(t) \tag{10}$$

- Diferencia: La variable x depende explícitamente del tiempo. Podemos derivar con respecto a t!
- Definimos la tasa de crecimiento de una variable x como g_X.

$$g_X = \underbrace{\frac{x_t - x_{t-1}}{x_{t-1}}}_{\text{discreto}} \quad , \quad g_X = \underbrace{\frac{\partial x / \partial t}{x}}_{\text{continuo}} \tag{11}$$

- Cambio en x ante un cambio en el tiempo t divido por el nivel de x

CONVIERTE A LOGARITMO Y DERIVA [1]

- El tiempo continuo nos permite explotar las propiedades de los logaritmos para obtener tasas de crecimiento
- Los logaritmos son útiles porque nos permiten transformar multiplicaciones y divisiones en sumas y restas
- Convertimos (9) $y_t = A_t k_t^{\alpha}$ en logaritmos

$$\log y_t = \log A_t + \alpha \log \left(\frac{K_t}{A_t L_t} \right) \tag{12}$$

$$= \log A_t + \alpha (\log K_t - \log A_t - \log L_t) \tag{13}$$

Convierte a logaritmo y deriva [2]

- y derivamos con respecto al tiempo t y obtenemos (11)

$$\frac{\partial \log y_t}{\partial t} = \frac{\partial \log_{y_t}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} \tag{14}$$

$$= \frac{1}{y_t} \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial y / \partial t}{y_t} = g_y \tag{15}$$

Convierte a logaritmo y deriva [3]

- y seguimos la misma lógica para el lado derecho de (13)

$$
\begin{aligned}
g_y &= \frac{\partial \log_{A_t}}{\partial A}\frac{\partial A}{\partial t} + \alpha\left(\frac{\partial \log_{K_t}}{\partial K}\frac{\partial K}{\partial t} - \frac{\partial \log_{A_t}}{d\partial A}\frac{\partial A}{\partial t} - \frac{\partial \log_{L_t}}{\partial L}\frac{\partial L}{\partial t}\right) && (16)\\
&= \frac{\partial A/\partial t}{A_t} + \alpha\left(\frac{\partial K/\partial t}{K_t} - \frac{\partial A/\partial t}{A_t} - \frac{\partial L/\partial t}{L_t}\right) && (17)\\
&= g_A + \alpha(\underbrace{g_K - g_A - g_L}_{g_k}) && (18)
\end{aligned}
$$

- Por lo tanto la tasa de crecimiento del PIBpc es la suma de la tasa de crecimiento de la tecnología + la tasa de crecimiento de capital por unidad eficiente de trabajo escalado por α

CONVIERTE A LOGARITMO Y DERIVA [4]

- Ahora sabemos como se relacionan las tasas de crecimiento de las variables clave del modelo entre ellas, esto nos será muy útil

- Asumimos que la población y la tecnología evolucionan de acuerdo con

$$L_t = L_0 \exp(g_L t) \quad , \quad A_t = A_0 \exp(g_A t) \tag{19}$$

  donde $\exp a = e^a$
- L_0, A_0 son los niveles iniciales de población y tecnología
- g_L, g_A son las tasas de crecimiento de población y tecnología
  - $\rightarrow$ Por ahora las tomaremos como exógenas (parámetro)

ACUMULACIÓN DE CAPITAL [1]

- Nos falta una de las piezas más importante del modelo: la tasa de crecimiento del capital g_K
- El capital en el modelo de Solow se acumula de acuerdo con

$$\partial K_t / \partial t = I_t - \delta K_t = sY_t - \delta K_t \tag{20}$$

  donde usamos el hecho de que el ahorro de los hogares (tasa s constante del ingreso) es igual a la inversión en la economía, y asumimos una tasa δ de depreciación del capital
- (20) describe la evolución del nivel de capital, pero no la tasa de crecimiento del capital g_K

ACUMULACIÓN DE CAPITAL [2]

- Recordad la definición de tasa de crecimiento en (11):

$$g_K = \frac{\partial K_t / \partial t}{K} = s\frac{Y_t}{K_t} - \delta = s\frac{K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}}{K_t} - \delta \tag{21}$$

$$= s\left(\frac{A_t L_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} - \delta = s\left(\frac{1}{k_t}\right)^{1-\alpha} - \delta \tag{22}$$

ACUMULACIÓN DE CAPITAL [3]

$$g_K = s\left(\frac{A_t L_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} - \delta = s\left(\frac{1}{k_t}\right)^{1-\alpha} - \delta \tag{23}$$

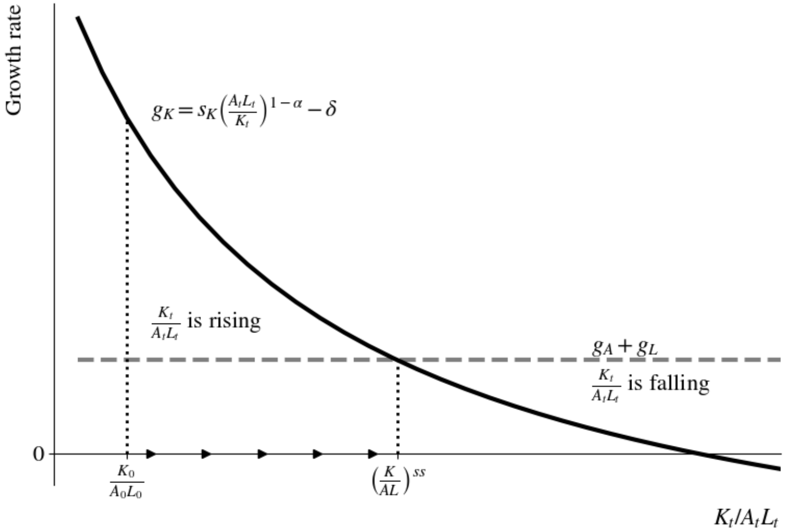
- La tasa de crecimiento del capital es decreciente en el de capital por unidad eficiente de trabajo k_t
- ¿Y como crece $k_t = \frac{K_t}{A_t L_t}$? Tomando logaritmos y derivando:

$$g_k = g_K - g_A - g_L \tag{24}$$

- k_t crece (y por tanto g_K decrece) cuando $g_k > 0 \Leftrightarrow g_K > g_A + g_L$

LA DINÁMICA DEL CAPITAL K_t

- Representamos g_K en función de k_t



La dinámica del capital eficiente por trabajador k_t

- No importa cuales sean nuestros valores de K_0, L_0, A_0, el modelo siempre nos lleva hacia un nivel k^{SS} donde $g_K = g_A + g_L$
- Este punto es el estado estacionario del modelo de Solow
- **En este punto mientras que capital, trabajo y tecnología siguen creciendo, el capital eficiente por trabajador se mantiene constante**
- Usando la definición en (23) obtenemos

$$s\left(\frac{1}{k^{SS}}\right)^{1-\alpha} - \delta = g_A + g_L \quad \Leftrightarrow \quad k^{SS} = \left(\frac{s}{g_A + g_L + \delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{25}$$

el nivel de capital por trabajador eficiente en el estado estacionario (largo plazo)

LA DINÁMICA DEL CAPITAL EFICIENTE POR TRABAJADOR k_t

$$k^{SS} = \left(\frac{s}{g_A + g_L + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{26}$$

- En el largo plazo, el nivel de capital por trabajador eficiente:
  - → Es creciente en la tasa de ahorro
  - → Es decreciente en las tasas de crecimiento poblacional y tecnológico
  - → Es decreciente en el nivel de depreciación

La dinámica del PIBpc y_t

- Tenemos bastantes resultados como para volver a nuestra medida de interés: el PIBpc (y_t) y su crecimiento g_y. Recordamos la definición de g_y obtenida en (18)

$$g_y = g_A + \alpha(\underbrace{g_K - g_A - g_L}_{g_k}) \tag{27}$$

- ¿Que ocurre en el largo plazo?

$$g_y^{BGP} = g_A + \alpha(\underbrace{g_K - g_A - g_L}_{g_k = 0}) \tag{28}$$

- En el largo plazo el crecimiento del PIBpc depende únicamente del crecimiento tecnológico $\rightarrow$ **Senda de crecimiento equilibrado (BGP)**

La dinámica del PIB agregado Y_t y del consumo C_t [1]

- ¿Y que ocurre con el PIB total? $Y_t = \frac{Y_t}{L_t} L_t = y_t L_t$

$$g_Y^{BGP} = g_A + g_L \tag{29}$$

- En agregado la economía crece debido tanto crecimiento tecnológico como al crecimiento poblacional

- Usando al definición de PIB: $Y_t = C_t + I_t = C_t + sY_t$

$$C_t = (1 - s) Y_t \tag{30}$$

La dinámica del PIB agregado Y_t y del consumo C_t [2]

- Dado que la tasa de ahorro es constante, para que la igualdad sea cierta es necesario que

$$g_C^{BGP} = g_Y^{BGP} \tag{31}$$

SENDA DE CRECIMIENTO EQUILIBRADO (BGP) [1]

- Definimos la **senda de crecimiento equilibrado (BGP)** del modelo de Solow como un equilibrio caracterizado por:

  1. Las variables agregadas crecen a la misma tasa constante

  $$g_Y^{BGP} = g_C^{BGP} = g_K^{BGP} = g_A + g_L \tag{32}$$

  2. El PIBpc crece a la tasa de crecimiento tecnológico

  $$g_y^{BGP} = g_A \tag{33}$$

Senda de crecimiento equilibrado (BGP) [2]

3. El capital eficiente por trabajador se mantiene constante k^{SS} (por ello usamos *SS* en lugar de *BGP*, se mantiene estacionario o constante)

$$k^{SS} = \left(\frac{s}{g_A + g_L + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{34}$$

4. El nivel de PIBpc depende del nivel de tecnología y parámetros

$$y^{BGP} = A_t (k^{SS})^{\alpha} = A_t \left(\frac{s}{g_A + g_L + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{35}$$

$\rightarrow$ Recuerda que A_t depende de g_A

De vuelta a los hechos de Kaldor [1]

- Veamos como casan los hechos de Kaldor (crecimiento económico sostenido a largo plazo) con el modelo de Solow
- Hecho #3 (proporción constante de la parte del ingreso total dedicada a remunerar el trabajo) y Hecho #4 (proporción constante de la parte del ingreso total dedicada a remunerar el capital) se cumple por construcción gracias a la función de producción Cobb-Douglas. Prueba en (6).
- Hecho #1: Tasa de crecimiento del PIBpc constante en el largo plazo
  - $\rightarrow$ Solow concluye no solo que este es el caso, en concreto: $g_y^{SS} = g_A$

- Hecho #2: La tasa de retorno del capital es constante en el largo plazo

$$r_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t}, \quad \Leftrightarrow \quad g_r^{BGP} = \underbrace{g_Y^{BGP} - g_K^{BGP}}_{=0} \tag{36}$$

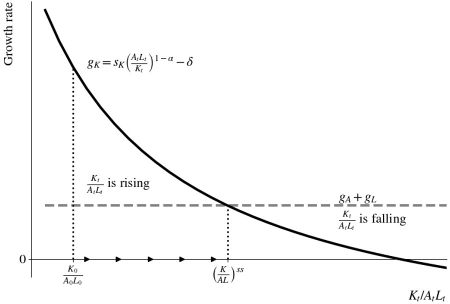
- **El modelo de Solow cumple con todos los hechos de Kaldor!**

Crecimiento de transición hacia el estado estacionario

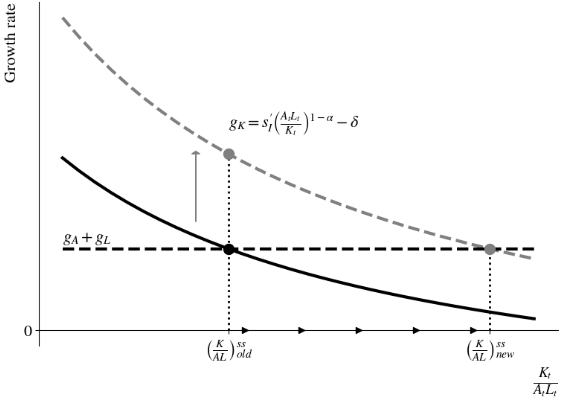
- Recordemos, PIBpc crece a una tasa:

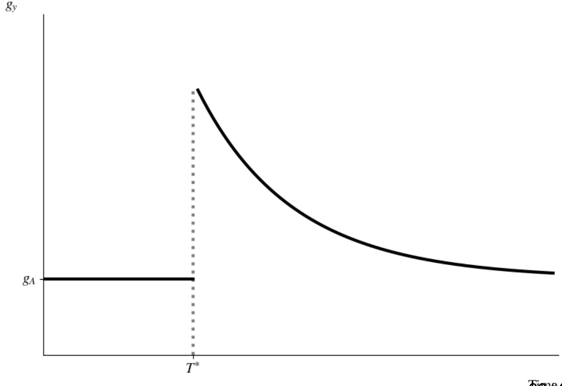
$$g_y = \underbrace{g_A}_{BGP} + \underbrace{\alpha(g_K - g_A - g_L)}_{\text{transición}} \tag{37}$$

- Hemos visto que en estado estacionario $g_y = g_A$
- Por lo tanto, fuera del BGP $\alpha(g_K - g_A - g_L)$ define el crecimiento de transición
- Cuando mayor sea la diferencia $g_K - g_A - g_L$ mayor es el crecimiento



- **Estática comparativa**: cómo cambia el equilibrio del modelo cuando se alteran algunas de las variables exógenas o parámetros, manteniendo constantes todas las demás condiciones
- ¿Qué ocurre con g_y si la tasa de ahorro ($s' > s$) aumenta?





Estática comparativa: cambio en la tasa de ahorro [2]

- ¿Qué ocurre con el nivel del PIBpc?

$$y^{BGP} = A_t (k^{SS})^{\alpha} \tag{38}$$

y sabemos exactamente el valor de k^{SS} en (25)

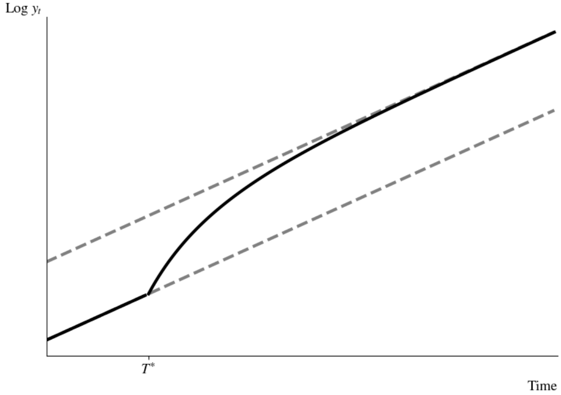
- Por lo tanto obtenemos que en el estado estacionario el PIBpc es

$$y^{BGP} = A_t \left(\frac{s}{g_A + g_L + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{39}$$

- Vemos que $s' > s \Rightarrow y^{BGP'} > y^{BGP}$

ESTÁTICA COMPARATIVA: CAMBIO EN LA TASA DE AHORRO [3]

- La tasa de crecimiento de largo plazo sigue siendo la misma $g_y = g_A$
- Sin embargo debido al salto en la tasa de ahorro el nivel al que el PIBpc converge es distinto
- **Diferencias en s pueden explicar diferencias en y^{BGP}**



ESTÁTICA COMPARATIVA: CAMBIO EN LA TASA DE CRECIMIENTO POBLACIONAL

- ¿Qué ocurre con g_y si la tasa de crecimiento poblacional ($g'_L < g_L$) decrece?
- Intuitivamente, tenernos $k = \frac{K}{AL}$.
  - $\rightarrow$ En el largo plazo, si ahora el denominador crece menos, k^{SS} será mayor. Habrá más capital por trabajador eficiente en el largo plazo $k^{SS'} > k^{SS}$
  - $\rightarrow$ Mayor capital por trabajador eficiente implica mayor PIBpc
  - $\rightarrow$ ¿Y en el corto plazo? Si estamos transicionando a un nivel $k^{SS'} > k^{SS}$, eso implica que $g_k > 0$ lo cual solo es cierto si $g_K > g_A + g_L$
  - $\rightarrow$ y si esto último es cierto tenemos que $g_y > g_A$
  - $\rightarrow$ a medida que k_t aumenta, el producto marginal decreciente hace que g_K disminuya, hasta el punto que $g_K = g_A + g_L$, $g_k = 0$, y $g_y = g_A$ de nuevo

Consumo y la regla de oro [1]

- Acabamos de ver que podemos aumentar el PIBpc si aumentamos s
- ¿Por qué no aumentarlo hasta el máximo ($s = 1$)? Recuerda

$$Y^* = C^* + \underbrace{I^*}_{sY^*} \quad \Leftrightarrow \quad C^* = (1 - s)Y^* \tag{40}$$

  dónde simplificamos notación $X^* = X^{BGP}$
- $s = 1$ implica zero consumo
  - $\rightarrow$ Mayor s aumenta el tamaño del pastel Y^*
  - $\rightarrow$ ... pero reduce la parte que nos comemos C^*

CONSUMO Y LA REGLA DE ORO [2]

- Esto es teóricamente posible en el modelo de Solow debido a que s es exógeno y los hogares no deciden entre consumo y ahorro
- Pero siendo realistas los hogares quieren consumir

Consumo y la regla de oro [3]

- Sin entrar a resolver un problema de optimización de los hogares, lo que podemos hacer es ver que ahorro maximiza el consumo per capita

$$\max_{S} \quad c^* = (1-s)\,y^*(s) = y^*(s) - s\,y^*(s) \tag{41}$$

Recordad que y^{BGP} depende de s según hemos visto en (39)

- con condición de primer orden

$$\frac{\partial c^*}{\partial s} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial y^*}{\partial s} - \left(y^* + s\frac{\partial y^*}{\partial s}\right) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y^* = (1-s)\frac{\partial y^*}{\partial s} \tag{42}$$

CONSUMO Y LA REGLA DE ORO [4]

- Coste marginal (izquierda) de aumentar consumo es y^*
- Beneficio marginal (derecha) es igual a $(1 - s)\frac{\partial y^*}{\partial s}$

Consumo y la regla de oro [5]

- Tomando la derivada de la definición de y^* en (39) con respecto a s

$$\frac{\partial y^*}{\partial s} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{y^*}{s} \tag{43}$$

- Por lo tanto la condición de primer orden queda como

$$y^* = (1-s)\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{y^*}{s} \quad \Leftrightarrow \quad s^{GR} = \alpha \tag{44}$$

- El superíndice GR hace referencia a *Golden Rule* o Regla de Oro

Consumo y la regla de oro [6]

$$s^{GR} = \alpha \tag{45}$$

- α nos dice cómo (a que velocidad) decrece el producto marginal del capital
- Cuando $\alpha \to 0$ el producto marginal del capital decrece muy rápido
  - $\to$ menos incentivos a acumular capital, menor ahorro
  - $\to$ nos comemos una gran porción de un pequeño pastel
- Cuando $\alpha \to 1$ el producto marginal del capital decrece muy lento
  - $\to$ mayores incentivos a acumular capital, mayor ahorro
  - $\to$ nos comemos una pequeña porción de un gran pastel

Consumo y la regla de oro [7]

- La regla de oro apunta a un fenómeno clave de este curso
  - $\rightarrow$ El crecimiento económico conlleva sacrificios
- En el caso del modelo de Solow, acumular capital para aumentar la producción conlleva un sacrificio en el consumo
- La tasa de ahorro de la regla de oro equilibra la balanza (Phelps, 1961)

Bibliography [1]

Cobb, C. W. and Douglas, P. H. (1928). A theory of production. *American Economic Review*, 18(1):139–165.

Lucas, R. E. (1988). On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics*, 22(1):3–42.

Phelps, E. (1961). The golden rule of accumulation: a fable for growthmen. *The American Economic Review*, 51(4):638–643. Publisher: JSTOR.

Solow, R. M. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1):65.

Swan, T. W. (1956). Economic growth and capital accumulation. *Economic Record*, 32(2):334–361.