Ejercicios de Crecimiento Económico

CUNEF

Curso 2024-2025

Leer atentamente los enunciados.

1. Considera el modelo de Solow estudiado en clase dónde el PIB viene dado por la función de producción $Y_t = K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}$, donde K_t es el capital, L_t son trabajadores[1], A_t es el nivel de tecnología y α el peso del capital en la producción. El capital se acumula de acuerdo con $\partial K/\partial t = I - \delta K$ donde la inversión (I) es una fracción (s_I) exógena del PIB, $I = s_I Y$, y δ es la tasa de depreciación del capital. La tecnología crece a una tasa exógena g_A y la población a una tasa exógena g_L.

   (a) Identifica los parámetros y las variables endógenas y exógenas del modelo.

   (b) Obtén la expresión para el PICpc ($y_t = Y_t/L_t$) como función del capital eficiente por trabajador ($k_t = K_t/A_t L_t$).

   (c) Obtén la expresión para la tasa de crecimiento del PIBpc (g_y).

   (d) Obtén la expresión para la tasa de crecimiento del capital (g_K) como función del capital eficiente por trabajador ($k_t = K_t/A_t L_t$).

   (e) Dibuja el gráfico de la dinámica del capital eficiente por trabajador ($k_t = K_t/A_t L_t$) visto en clase. Asume que una economía tiene un nivel k tal que $g_K > g_A + g_L$. ¿Cómo evoluciona la ratio a lo largo del tiempo? Justifica tu respuesta.

   (f) ¿Qué ocurre con la ratio de capital eficiente por trabajador en el largo plazo? Deriva la expresión para el capital eficiente por trabajador en el estadio estacionario.

   (g) ¿Qué determina el crecimiento del PIBpc en el estadio estacionario? ¿Qué determina el crecimiento del PIB total en el estadio estacionario? Argumenta a que se debe la diferencia entre ambos teniendo en cuenta las propiedades de la función de producción y explica la relevancia para la política económica de este resultado.

   (h) Explica el concepto de crecimiento de transición en el modelo de Solow. ¿Qué determina la velocidad de convergencia hacia el estadio estacionario?

2. Asume que la economía está en la senda de crecimiento equilibrado del modelo de Solow. Para cada uno de los siguientes escenarios, dibuja cualitativamente como evoluciona cada una de las siguientes variables: tasa de crecimiento del PIBpc (g_y), logaritmo del nivel de PIBpc ($\ln(y)$)[2] y capital eficiente por trabajador ($k = K/AL$). En cada caso, justifica tu respuesta.

   (a) La tasa de ahorro s_I decrece de forma permanente.

   (b) La tasa de crecimiento de la población g_L incrementa de forma permanente.

   (c) La tasa de crecimiento de la tecnología g_A incrementa de forma permanente.

[1] Asumimos que toda la población trabaja y por tanto el número de trabajadores es igual al total de la población.

[2] Recuerda que la pendiente del logaritmo de una variable es aproximadamente igual a la tasa de crecimiento de la misma.

3. Considera el modelo de Romer estudiado en clase dónde el PIB viene dado por la función de producción $Y_t = K_t^{\alpha}(A_t L_{Yt})^{1-\alpha}$, donde K_t es el capital, L_{Yt} son trabajadores, A_t es el nivel de tecnología y α el peso del capital en la producción. El total de la población viene dado por el número de trabajadores más el número de investigadores $L_t = L_{Yt} + L_{Rt}$ y crece de forma exógena a una tasa g_L[3]. La tecnología se acumula de acuerdo con $\partial A/\partial t = \theta L_{Rt}^{\lambda} A_t^{\phi}$. El capital se acumula de la misma forma que en el modelo de Solow.

   (a) Identifica los parámetros y las variables endógenas y exógenas del modelo.

   (b) Obtén la expresión para el PIBpc ($y = Y_t/L_t$) como función del capital eficiente por trabajador ($k_t = K_t/A_t L_t$) y la ratio de investigadores ($s_R = L_{Rt}/L_t$).

   (c) Obtén la expresión para la tasa de crecimiento de la tecnología g_A como función de la ratio de trabajadores por unidad de tecnología ($L_{Rt}^{\lambda}/A_t^{1-\phi}$).

   (d) Dibuja el gráfico de la dinámica de la ratio de trabajadores por unidad de tecnología $L_{Rt}^{\lambda}/A_t^{1-\phi}$ visto en clase. Asume que una economía tiene una ratio $L_t^{\lambda}/A_t^{1-\phi}$ tal que $(1-\phi)g_A > \lambda g_L$. ¿Cómo evoluciona la ratio a lo largo del tiempo? Justifica tu respuesta.

   (e) ¿Qué ocurre con la ratio de trabajadores por unidad de tecnología en el largo plazo? Deriva el nivel en el estadio estacionario.

   (f) ¿Qué determina el crecimiento del PIBpc en el estadio estacionario? Explica cada uno de los componentes y argumenta la relevancia para la política económica de este resultado.

4. En el ejercicio anterior tomamos la proporción de investigadores sobre el total de trabajadores $s_R = L_{Rt}/L_t$ como exógena. Sin embargo, en clase hemos visto que esta viene determinada por las decisiones de inversión en "ideas" de las empresas

   (a) Explica a que decisión se enfrentan las empresas a la hora de decidir invertir en ideas.

   (b) ¿Qué factores determinan los costes de esa inversión?

   (c) ¿Qué factores determinan el valor de esa inversión?

   (d) Argumenta que factores de la estructura del mercado así como institucionales favorecen la inversión en ideas por parte de las empresas.

5. El crecimiento endógeno de la tecnología es un mecanismo clave del modelo de Romer. Este crecimiento de la tecnología se basa en la creación de nuevas ideas. Sin embargo, no todos los países tienen la misma capacidad de crear ideas.

   (a) Explica el concepto de difusión de ideas y su importancia para el crecimiento económico de ciertos países.

   (b) ¿De qué variables depende la capacidad de un país *seguidor* de adoptar ideas de un país *líder*? ¿Qué factores determinan la velocidad de adopción de ideas?

   (c) Argumenta un fenómeno demográfico que puede influir en la difusión de ideas.

   (d) Argumenta un fenómeno institucional pueden influir en la difusión de ideas.

[3] Es útil definir la proporción de investigadores sobre el total de trabajadores $s_R = L_{Rt}/L_t$ que por ahora consideramos exógena.