

IDEAS E INNOVACIÓN

ENRIC MARTORELL

CUNEF

CRECIMIENTO ECONÓMICO

2026

HASTA AHORA

El modelo de Solow nos dice que el crecimiento económico depende de la acumulación de capital y el progreso tecnológico.

- ▶ Sin crecimiento tecnológico no existe crecimiento del bienestar (PIBpc)
- ▶ Diferencias en niveles de tecnología explican por qué unos países son pobres y otros ricos en el largo plazo
- ▶ Pese a que la tecnología es el componente central del crecimiento económico, Solow no nos dice de donde viene ni como se crea
- ▶ Antes de saltar a modelar este proceso (**Romer, 1990**), necesitamos entender que es la tecnología, como se mide y en que circunstancia se crea

IDEAS

Utilizamos el término "idea" para referirnos a cualquier

- ▶ plan, diseño, receta, modelo o idea de negocio
- ▶ que nos indique cómo combinar factores de producción (trabajo, capital)
- ▶ para producir algún producto que alguien estaría dispuesto a pagar

Las ideas no se limitan a la "tecnología":

- ▶ La última iteración de ChatGPT es una idea, sí
- ▶ pero también lo es identificar un buen lugar para ubicar un Starbucks
- ▶ y también lo es un nuevo concepto de restaurante *gourmet*

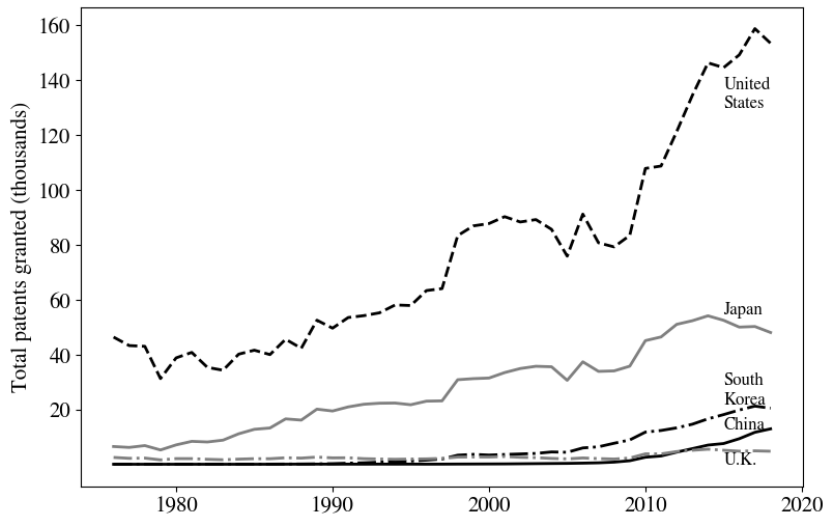
MEDICIÓN DE IDEAS

Es difícil medir ideas. *Una* forma es observar el registro formal de ideas, las patentes.

- ▶ Las patentes tienden a inclinarse hacia ideas tecnológicas
- ▶ Las patentes no cubren todas las ideas (piensa en Starbucks o la receta de la Coca-Cola)
- ▶ Cada patente no es igual. Algunas son simples, otras son transformadoras.

DATOS DE PATENTES EN ESTADOS UNIDOS

Patentes emitidas en Estados Unidos, por país de origen



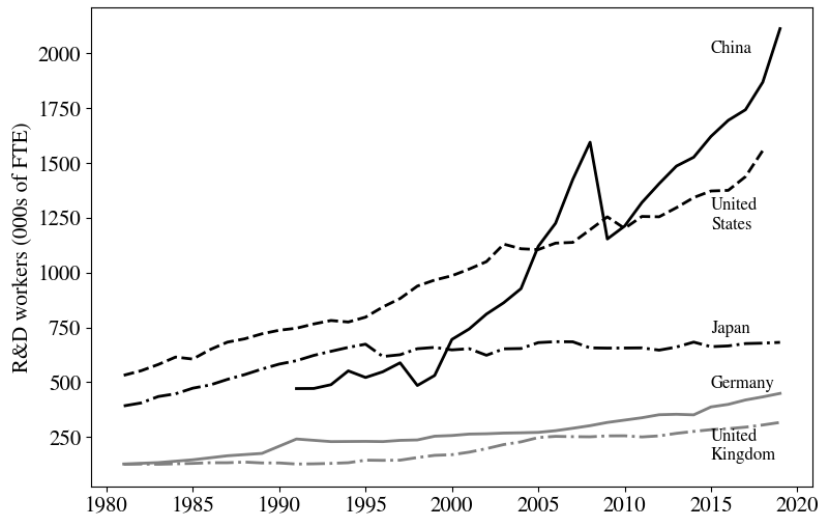
MEDICIÓN DEL ESFUERZO

Un concepto crucial es que crear ideas requiere esfuerzo

- ▶ Principalmente tiempo. Posiblemente capital en términos de laboratorios, computadoras, etc.
- ▶ Normalmente llamamos a este esfuerzo I+D (Investigación y Desarrollo)
- ▶ La I+D utiliza mano de obra y capital productivos, y las empresas e individuos toman una decisión deliberada de hacer esto en lugar de otra cosa
- ▶ En última instancia, el proceso de crecimiento depende de esta elección

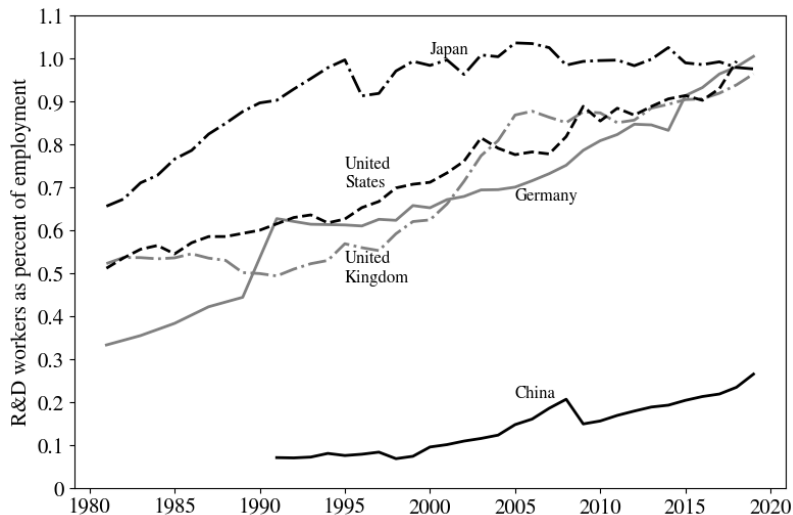
ESFUERZO EN I+D

Número de trabajadores en I+D (equivalente a tiempo completo), por país



ESFUERZO EN I+D

Trabajadores en I+D como porcentaje del empleo, por país



NO RIVALIDAD

La característica clave de las ideas para el crecimiento es que son **no rivales**.

- ▶ Que una persona use la idea no impide que otra la use
- ▶ Pueden copiarse/usarse con un costo cero o cercano a cero

Contrasta esto con cosas como el trabajo y el capital, que son **rivales**.

- ▶ Si usas un bien rival, yo no puedo usarlo
- ▶ Se necesita tiempo y/o recursos para copiar un insumo rival

¿POR QUÉ HACER I+D?

Las economías están dedicando más esfuerzo a la I+D. ¿Por qué?

- ▶ Las ideas son no rivales, pero se necesita tiempo/esfuerzo para crearlas
- ▶ Una vez creada, la idea puede reutilizarse sin disminuirla
- ▶ La producción utilizando una idea tiene rendimientos crecientes
- ▶ ... lo que significa costos fijos altos y costos marginales bajos/cercanos a cero

INTUICIÓN DE LOS RENDIMIENTOS CRECIENTES

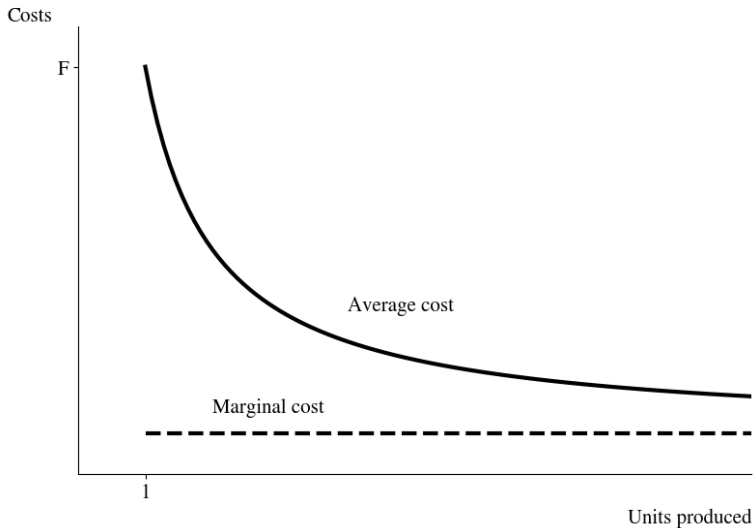
Piensa en una estructura simple para posibles innovadores:

- ▶ Alguien puede pagar un coste fijo, F , para crear una idea.
- ▶ Con esa idea puede obtener beneficios operativos $V = pY - cY$
- ▶ Solo tiene sentido innovar y operar si $V \geq F$

¿Qué implica esto sobre el precio, p , que debes cobrar?

RENDIMIENTOS CRECIENTES

Funciones de costos con rendimientos crecientes



COMPETENCIA IMPERFECTA

La única forma en que alguien innovará y operará es si $p > c$

- ▶ Los mercados competitivos (permitiendo la entrada de copias) harán que $p = c$
- ▶ Los mercados competitivos maximizan la producción de productos existentes, pero $p < AC$ y los beneficios son negativos
- ▶ La innovación requiere $p > c$, lo que implica *competencia imperfecta*
- ▶ Los innovadores necesitan poder de mercado para asegurar que $V \geq F$

EXCLUSIVIDAD

La **exclusividad** es lo que te permite evitar que alguien use o copie tu producto o idea

- ▶ La exclusividad está estrechamente relacionada con los derechos de propiedad
- ▶ La exclusividad casi siempre es creada por políticas/leyes, no es inherente
- ▶ Títulos, patentes, derechos de autor, etc., son formas de crear exclusividad
- ▶ La exclusividad significa que otras personas deben pagar por tu idea no rival

LA IMPORTANCIA DE LA ESCALA

¿Por qué importa la escala para la innovación? Un ejemplo son las ciudades

- ▶ Ciertas ideas solo se pueden implementar si hay una masa de consumidores suficiente tal que sea rentable pagar el coste fijo
- ▶ En las ciudades hay más clientes potenciales con gustos más variados. El mercado para productos nuevos es más grande
- ▶ Mayor número de personas, mayor probabilidad de trabajar con otros innovadores
- ▶ Mayor competición reduce los problemas asociados con la competencia imperfecta necesaria para que la innovación aparezca en primer lugar

ESCALA Y RIVALIDAD

Piensa en insumos rivales como el capital o los recursos naturales:

- ▶ Más personas nos permiten producir (o extraer) más del insumo
- ▶ La cantidad de insumo *per cápita* disminuye con más personas
- ▶ Hay una carrera entre la producción y la dilución de los insumos rivales

Con insumos no rivales como las ideas:

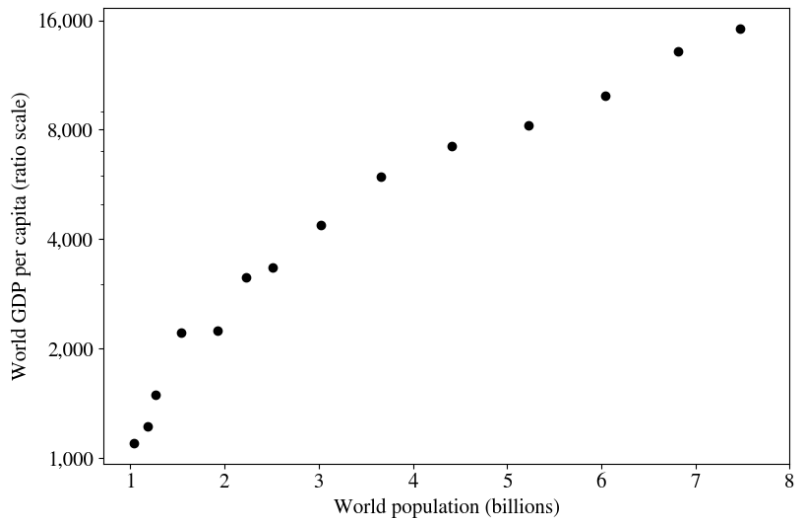
- ▶ Más personas aún nos permiten producir más del insumo
- ▶ Pero el stock de ideas per cápita *no disminuye*
- ▶ No hay una "carrera" entre la I+D y la dilución de las ideas no rivales

IDEAS Y ESCALA

Toma en serio la no rivalidad de las ideas:

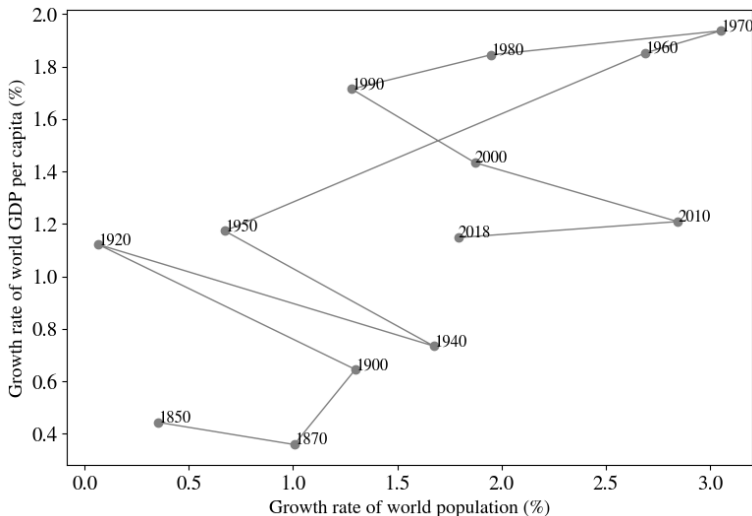
- ▶ Más personas significan más ideas
- ▶ Más ideas significan un PIB per cápita más alto
- ▶ El PIB per cápita está *positivamente* relacionado con el tamaño de la población/mercado
- ▶ La tasa de crecimiento del PIB per cápita está *positivamente* relacionada con la tasa de crecimiento de la población

POBLACIÓN Y PIB PER CÁPITA, 1820-2019



POBLACIÓN Y NIVEL DE VIDA

Tasa de crecimiento de la población mundial y del PIB per cápita, 1820-2019



TAMAÑO DEL MERCADO

El tamaño de la población/mercado importa para implementar ideas:

- ▶ Supón que la entrada hace que $F \approx V$, entonces $F \approx (p - c)Y$:
- ▶ Cuanto mayor sea la población, más unidades puedes vender, Y ,
- ▶ Esto permite un margen $p - c$ más pequeño
- ▶ ..o para un margen $p - c$ dado, se puede soportar un F mayor

Los mercados más grandes permiten márgenes más bajos (bajo $p - c$) o ideas "más difíciles" (mayor F)

CRECIMIENTO DE LA PRODUCTIVIDAD

- ▶ La productividad es central para el PIB per cápita en el modelo de Solow:
 - La tasa de crecimiento, g_A , determina la tasa de crecimiento a largo plazo
 - El nivel de productividad, A_0 , es importante para el nivel de PIB per cápita
- ▶ Comprender qué impulsa el crecimiento de la productividad es así central para entender el crecimiento económico

MODELO DE ROMER

MODELO DE CRECIMIENTO DE ROMER

- ▶ Queremos un modelo de crecimiento que:
 - Tenga todos los elementos del modelo de Solow
 - Sea específico sobre lo que significa A_t en ese modelo
 - Explique la dinámica de A_t y g_A
 - Explique por qué g_A es constante a lo largo de un BGP
 - Requiera esfuerzo para crear las nuevas ideas que impulsan A_t y g_A
 - Explique la elección involucrada en hacer ese esfuerzo
- ▶ Romer, P. M. (1990). **Endogenous Technological Change**. *Journal of Political Economy*, 98(5, Part 2):S71–S102

CRECIMIENTO EN EL MODELO DE ROMER

LA PARTE DE SOLOW

- Gran parte del modelo comienza con elementos familiares. La producción es

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_{Yt})^{1-\alpha} \quad (1)$$

donde L_{Yt} son los trabajadores empleados en producir bienes y servicios.
 L_{Rt} son personas dedicadas a I+D produciendo ideas, y

$$L_t = L_{Yt} + L_{Rt} \quad (2)$$

denotando la proporción de trabajadores de I+D como $s_R = \frac{L_{Rt}}{L_t}$

- Por el momento vamos a tomar s_R como exógeno

LA PARTE DE SOLOW

- ▶ Partes estándar:
 - El capital se acumula de la misma manera que en Solow (depende de K/AL)
 - El crecimiento de la población es el mismo que en Solow (exógeno a g_L)
- ▶ Asumiendo que g_A termina siendo constante (lo cual veremos), entonces la economía termina en un estado estacionario con una proporción K/AL constante como en Solow.

AÑADIENDO IDEAS

- La parte relevante de este modelo de Romer es la acumulación de ideas. Comenzamos con la mecánica pura.

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \theta L_{Rt}^{\lambda} A_t^{\phi} \quad (3)$$

- El cambio en ideas (= productividad), $\partial A / \partial t$, depende de
 - θ . Un parámetro que gobierna qué tan rápido se acumulan las ideas
 - L_{Rt} , el número de trabajadores de I+D. Más investigadores, más ideas se encuentran
 - A_t , el stock existente de ideas. Esto podría hacer que las nuevas ideas sean más fáciles o más difíciles de encontrar.

AÑADIENDO IDEAS

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \theta L_{Rt}^{\lambda} A_t^{\phi} \quad (4)$$

► Dos parámetros fundamentales:

- $0 < \lambda < 1$ mide cuán sensible es $\frac{\partial A}{\partial t}$ a L_{Rt} .
- Si λ está cerca de cero, entonces los investigadores se "aglomeran"
- $-\infty < \phi < 1$ mide el efecto de la productividad en la acumulación de ideas
- Si $0 < \phi < 1$ mayor productividad hace más fáciles las nuevas ideas (por ejemplo, IA)
- Si $\phi < 0$ mayor productividad hace más difíciles las nuevas ideas (por ejemplo, el cálculo es más difícil que la rueda)

TASA DE CRECIMIENTO DE IDEAS

- Para obtener la tasa de crecimiento, dividimos ambos lados por A

$$g_A = \frac{\partial A}{\partial t} \frac{1}{A_t} = \theta \left(\frac{L_t}{L_t} L_{Rt} \right)^\lambda A_t^{\phi-1} = \theta s_R^\lambda \frac{L_t^\lambda}{A_t^{1-\phi}} \quad (5)$$

La tasa de crecimiento, g_A , depende de un ratio

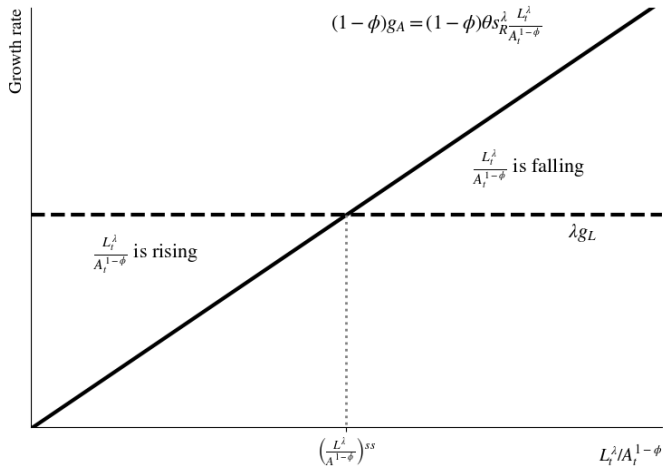
- $L_t^\lambda / A_t^{1-\phi}$ de "trabajadores por idea"
- g_A es mayor cuanto más grande es este ratio
- Como el crecimiento del capital, el crecimiento de la productividad depende negativamente del nivel de productividad
- Analizar la dinámica a través de cómo g_A responde al ratio

TASA DE CRECIMIENTO DE IDEAS

$$g_A = \theta s_R^\lambda \frac{L_t^\lambda}{A_t^{1-\phi}} \quad (6)$$

- ▶ Queremos graficar la tasa de crecimiento de ambas partes del ratio:
 - La tasa de crecimiento del numerador es $\lambda g_L \rightarrow$ Exógeno
 - La tasa de crecimiento del denominador es $(1 - \phi)g_A$
 - Endógena, depende de la ratio $L_t^\lambda / A_t^{1-\phi}$
- ▶ Como hizimos con el modelo de Solow, ilustraremos la tasa de crecimiento del numerador y denominador contra el ratio

DINÁMICA DE LA PRODUCTIVIDAD



► Probar ejercicios de comparativa estática [aquí](#)

ESTADO ESTACIONARIO Y SENDA DE CRECIMIENTO EQUILIBRADO (BGP)

- No importa cuál sea el ratio inicial $L_0^\lambda / A_0^{1-\phi}$, la dinámica
 - Empuja el ratio hacia un estado estacionario donde las curvas se cruzan
 - Esto sucede porque g_A sube con el ratio, pero g_L se mantiene constante
 - En ese estado estacionario $(1 - \phi)g_A = \lambda g_L$
 - Como con el capital, la tasa de crecimiento de variables endógeno depende de la tasa de crecimiento de variables exógenas

Tasa de crecimiento de la productividad a largo plazo

$$g_A^{BGP} = \frac{\lambda}{1 - \phi} g_L \quad (7)$$

CRECIMIENTO DE LA PRODUCTIVIDAD A LARGO PLAZO

$$g_A^{BGP} = \frac{\lambda}{1 - \phi} g_L \quad (8)$$

- ▶ La tasa de crecimiento de la productividad depende de la *tasa de crecimiento* de la población. La no rivalidad de las ideas elimina la dilución del crecimiento de la población
- ▶ Qué *no* influye en la tasa de crecimiento:
 - Intensidad de I+D, s_R
 - El tamaño de la fuerza laboral, L_t
 - El nivel de PIB per cápita y_t

NIVELES A LARGO PLAZO

- Recordemos nuestra expresión para el PIBpc en la senda de crecimiento equilibrado de Solow

$$y_t^{BGP} = A_t(k^{BGP})^\alpha \quad (9)$$

mientras que k^{BGP} es constante, A_t es determinístico dado g_A^{BGP} y A_0 .

- Sin embargo en el modelo de Romer A_t ya no es determinístico, sino que sigue una dinámica dada por (5)

NIVEL DE LA PRODUCTIVIDAD A LARGO PLAZO

- Usando la definición de g_A en (6) nos permite obtener el nivel de productividad en la senda de crecimiento equilibrado

$$A_t = \left(\theta s_R^\lambda \frac{L_t^\lambda}{g_A^{BGP}} \right)^{\frac{1}{1-\phi}} \quad (10)$$

y por tanto el PIBpc en la senda de crecimiento equilibrado en el modelo de Romer es

$$y_t^{BGP} = (k^{SS})^\alpha (1 - s_R)^{1-\alpha} \left(\theta s_R^\lambda \frac{L_t^\lambda}{g_A^{BGP}} \right)^{\frac{1}{1-\phi}} \quad (11)$$

NIVEL DE LA PRODUCTIVIDAD A LARGO PLAZO

$$y_t^{BGP} = \underbrace{(k^{SS})^\alpha}_{\text{Solow}(+)} \underbrace{(1 - s_R)^{1-\alpha}}_{(-)} \underbrace{\left(\frac{\theta s_R}{g_A^{BGP}} \right)^{\frac{1}{1-\phi}}}_{(+)} \underbrace{L_t^{\frac{\lambda}{1-\phi}}}_{(+)} \quad (12)$$

- ▶ El primer término es el mismo que en Solow
- ▶ El segundo término expresa el lado negativo de invertir en investigadores, tenemos menos trabajadores para producir
- ▶ El tercer término es el efecto positivo del uso de investigadores en el nivel de productividad
- ▶ El último término nos dice que **una economía con más población es una economía más rica**

LA ELECCIÓN DE I+D

LA ELECCIÓN DE I+D

- ▶ Todos los resultados a largo plazo se mantienen independientemente de la elección de s_R .
- ▶ Pero s_R determina el nivel de productividad (A_t) y por tanto el PIB per cápita (y_t)
- ▶ ¿Qué determina s_R ?
 - ¿Cómo toman las empresas la decisión de invertir en I+D?
 - Coste fijo versus flujo de beneficios
 - ¿Qué determina el coste fijo?
 - ¿Qué determina el flujo de beneficios?
- ▶ Esto requiere una descripción explícita de como funciona la estructura del mercado

EL COSTE DE I+D

- Para una empresa potencial, el costo fijo de encontrar una nueva idea para implementar es

$$F_t = w_t \frac{L_{Rt}}{\partial A / \partial t} \quad (13)$$

- w_t es el salario que tienen que pagar a las personas para hacer I+D
- $\frac{L_{Rt}}{\partial A / \partial t}$ es cuántos trabajadores se necesitan *por una idea extra*
- Las empresas potenciales toman esta proporción como dada, determinada de manera agregada
- Por lo tanto F_t es salarios/trabajador por trabajadores/idea = salarios/idea

EL BENEFICIO DE I+D

- Para una empresa potencial, si tienen una idea pueden ganar un cierto flujo de beneficios cada período. Les importa el valor presente descontado de esos beneficios, V , y lo compararán con F .

$$V_0 = \pi_0 + \frac{\pi_0(1 + g_\pi)}{1 + r} + \frac{\pi_0(1 + g_\pi)^2}{(1 + r)^2} + \frac{\pi_0(1 + g_\pi)^3}{(1 + r)^3} + \dots$$

donde π_0 son los beneficios de hoy, r es la tasa de retorno, y la tasa de crecimiento de los beneficios, g_π .

$$V_0 = \pi_0 \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1 + g_\pi}{1 + r} \right)^t$$

EL BENEFICIO DE I+D

- Se resuelve como

$$V_0 = \frac{\pi_0}{r - g_\pi} \quad (14)$$

- Una idea es más valiosa:

- Si los beneficios iniciales son grandes - vincular esto con el poder de mercado
- Si r es bajo → r es la tasa de descuento del futuro y/o retorno de activos alternativos
- g_π es alto - vincular esto con el crecimiento de la economía

LAS DECISIONES DE LAS EMPRESAS (INNOVADORAS)

- ▶ Tenemos muchas empresas potenciales, y mientras $V_0 > F$ continuarán haciendo I+D. Asumimos que entran a competir hasta que $V_0 = F$

$$\frac{\pi_0}{r - g_\pi} = w_t \frac{L_{Rt}}{\partial A / \partial t}$$

- ▶ Finalmente queremos resolver esto para s_R , que recordemos es $L_{Rt} = s_R L_t$, así que realmente estamos resolviendo para L_{Rt} . Pero necesitamos
 - Beneficios iniciales
 - Tasa de crecimiento de los beneficios
 - Salario

ESTRUCTURA DE MERCADO

VISIÓN GENERAL

- ▶ La estructura general de esta economía es más compleja que Solow
 - En la "cima" hay un conjunto de empresas de bienes finales (por ejemplo, El Corte Inglés)
 - Almacenan bienes intermedios que los consumidores compran (por ejemplo, Coca-Cola, cepillos de dientes, camisetas)
 - Son competitivas (sin beneficios)
 - Usan trabajadores productivos L_Y (no investigan)
 - A las empresas de bienes finales les gusta almacenar una variedad de bienes
 - Las empresas de bienes intermedios suministran los bienes individuales a las empresas de bienes finales

VISIÓN GENERAL

- ▶ La estructura general de esta economía es más compleja que Solow
 - En la "cima" hay un conjunto de empresas de bienes finales (por ejemplo, El Corte Inglés)
 - Las empresas de bienes intermedios suministran los bienes individuales a las empresas de bienes finales (por ejemplo, Coca-Cola, Oral-B, Levi's)
 - Las empresas intermedias son monopolistas (por ejemplo, solo Coca-Cola puede vender Coca-Cola) y obtienen beneficios
 - Utilizan capital y deciden si pagar el coste de I+D (requieren investigadores L_R)
 - Una nueva idea representa una nueva variedad de bien intermedio que puede obtener esos beneficios

EMPRESAS DE BIENES FINALES

- Las empresas de bienes finales producen PIB usando

$$Y = L_Y^{1-\alpha} \sum_{j=1}^J x_j^\alpha$$

- L_Y son trabajadores de producción (no investigadores) que cobran w
 - x_j es la cantidad de cada producto intermedio que distribuyen y que compran a productores intermedios a un precio p_j
 - J es el *número* de productos que gestionan
 - α captura cuánto les gusta la variedad
- Y es PIB porque las ventas de bienes intermedios a la empresa de bienes finales no se contabilizan explícitamente en el PIB

MAXIMIZACIÓN DE BIENES FINALES

- Asumimos que las empresas de bienes finales maximizan beneficios. Son competitivas, por lo que los beneficios terminan en cero, pero aún lo intentan. Para hacerlo, establecen el producto marginal igual al costo marginal. Para trabajo:

$$w = (1 - \alpha) \frac{Y}{L_Y} \quad (15)$$

y para un producto individual j

$$p_j = \alpha L_Y^{1-\alpha} x_j^{\alpha-1} \quad (16)$$

esta es la ecuación de una curva de demanda para el producto j . Cuanto más alto p_j , menor la demanda.

EMPRESAS DE BIENES INTERMEDIOS

- ▶ Cada empresa intermedia produce su bien usando la función $x_j = K_j$, usando solo capital, que cuesta r por unidad de capital. Sus beneficios son:

$$\pi_j = p_j x_j - r x_j$$

- ▶ Son monopolistas, por lo que saben cómo p_j responde a su elección de x_j . Es decir, conocen cómo es la curva de demanda de las empresas de bienes finales y establecen el ingreso marginal igual al coste marginal

$$p + \frac{\partial p}{\partial x} x = r$$

EMPRESAS DE BIENES INTERMEDIOS

- Sabemos que los monopolistas igual ingreso marginal al coste marginal

$$p + \frac{\partial p}{\partial x} x = r \Leftrightarrow 1 + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{x}{p} = \frac{r}{p}$$

→ $\frac{\partial p}{\partial x} \frac{x}{p}$ es la elasticidad del precio con respecto a la cantidad, que para las empresas de bienes finales es igual a $\alpha - 1$

- Por lo tanto

$$1 + (\alpha - 1) = \frac{r}{p}$$

EMPRESAS DE BIENES INTERMEDIOS

- ▶ Finalmente obtenemos

$$p = \frac{1}{\alpha} r \quad (17)$$

- ▶ Esto representa la existencia de un *mark-up* del precio sobre el costo marginal. Si α se acerca a uno, la empresa de bienes finales no se preocupa por la variedad, y el markup es más bajo (y viceversa).
- ▶ Este poder de mercado es lo que impulsará los beneficios y hará que innovar para crear un nuevo bien intermedio valga la pena. Esto coincide con la intuición vista anteriormente de que la innovación depende de cobrar un precio más alto que el costo marginal.

AGREGANDO DECISIONES "MICRO" PARA OBTENER RESULTADOS "MACRO"

- ▶ Dados los resultados "micro" de las empresas de bienes finales e intermedias.
 - Cada empresa intermedia tiene una tecnología idéntica, por lo que $p_j = r/\alpha$
 - Como son idénticas, demandan cantidades idénticas de capital, $x_j = K/A$
- ▶ Así las empresas de bienes finales producen

$$Y = L_Y^{1-\alpha} A x^\alpha = A \left(\frac{K}{A} \right)^\alpha = K^\alpha (A L_Y)^{1-\alpha} \quad (18)$$

- ▶ A pesar de la complejidad, el PIB tiene la misma formula que en Solow

SALARIOS Y BENEFICIOS

- Resolver lo que necesitamos saber. Comenzar con el salario. Dada la condición de primer orden de las empresas de bienes finales:

$$w_t L_{Y_t} = (1 - \alpha) Y_t$$

- $(1 - \alpha)$ del PIB se gasta en trabajadores. El otro α debe gastarse en bienes intermedios (las empresas de bienes finales no tienen beneficios)
- Los ingresos de cualquier empresa intermedia son así

$$p_j x_j = \frac{\alpha Y_t}{A_t} \tag{19}$$

BENEFICIOS POR EMPRESA

- ¿Cuáles son los beneficios para una empresa?

$$\begin{aligned}\pi_t &= p_t x_t - r_t x_t \\ &= (p_t - \alpha p_t) x_t \\ &= (1 - \alpha) p_t x_t\end{aligned}$$

y sustituir los ingresos de la empresa $p_j x_j = \frac{\alpha Y_t}{A_t}$

$$\pi_t = (1 - \alpha) \alpha \frac{Y_t}{A_t} \quad (20)$$

- Estos son los beneficios iniciales que entran en la valoración de una idea

TASA DE CRECIMIENTO DE BENEFICIOS

- ¿Qué tan rápido crecen los beneficios? Los beneficios son

$$\pi_t = (1 - \alpha)\alpha \frac{Y_t}{A_t} \quad (21)$$

así que los beneficios crecen a la tasa (a lo largo de una senda de crecimiento equilibrado - BGP) de $g_{\pi}^{BGP} = g_Y^{BGP} - g_A^{BGP}$ pero sabemos que $g_Y^{BGP} = g_L^{BGP} + g_A^{BGP}$ así que

$$g_{\pi}^{BGP} = g_L^{BGP} \quad (22)$$

- Los beneficios crecen tan rápido como crece la población (o el potencial mercado)

RESOLVIENDO PARA s_R

- Tenemos todas las piezas para volver a esta condición para la innovación:

$$\frac{\pi_t}{r - g_\pi} = w_t \frac{L_{Rt}}{\partial A / \partial t}$$

tal que

$$\frac{\alpha(1 - \alpha) \frac{Y_t}{A_t}}{r - g_L} = (1 - \alpha) \frac{Y_t}{L_{Yt}} \frac{L_{Rt}}{g_A A_t}$$

"aislamos" s_R

$$\frac{s_R}{1 - s_R} = \frac{\alpha(1 - \alpha)}{(1 - \alpha)} \frac{g_A}{r - g_L} \quad (23)$$

RESOLVIENDO PARA s_R

$$\frac{s_R}{1 - s_R} = \frac{\alpha(1 - \alpha)}{(1 - \alpha)} \frac{g_A}{r - g_L} \quad (24)$$

► Dada la solución (24), s_R es mayor:

- Si g_A es mayor → Si las innovaciones llegan rápidamente, compensa contratar trabajadores de I+D
- Si r es menor → Si el futuro importa más, compensa hacer I+D
- Si g_L es mayor → Si el mercado crecerá rápidamente, paga hacer I+D
- Si $\alpha(1 - \alpha)$ (beneficios como proporción del PIB) es mayor
- Si $(1 - \alpha)$ (salarios como proporción del PIB) es menor

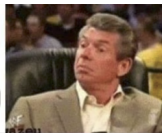
CONCLUSIÓN

PRINCIPALES IDEAS TÉCNICAS DEL MODELO DE ROMER

- ▶ Podemos tener dos niveles de producción en la economía (productores finales y productores intermedios) y mantener una función de producción agregada de producción agregada consistente con Solow y una senda de crecimiento equilibrado
- ▶ Mediante la competencia imperfecta, las empresas intermedias pueden obtener beneficios y el retorno del insumo rival capital no es igual a su producto marginal
- ▶ Una interpretación clara de lo que significa innovación: número de nuevos productos ideados que se usan en la producción
- ▶ Los beneficios obtenidos por las empresas intermedias proveen el incentivo para invertir en investigadores (determinan s_R)

¿QUÉ HEMOS APRENDIDO? VERSIÓN MEME

PRODUCTIVITY
GROWTH
DRIVES LONG-RUN
ECONOMIC GROWTH



PRODUCTIVITY
GROWTH
DEPENDS ON NEW IDEAS



MORE
PEOPLE,
MORE IDEAS



LONG-RUN
ECONOMIC GROWTH
DEPENDS ON
POPULATION GROWTH



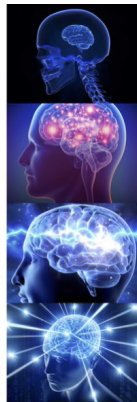
¿QUÉ HEMOS APRENDIDO? VERSIÓN MEME

Ideas are a
fixed cost for firms

Therefore, firms
must have increasing
returns to scale

Firms with increasing
returns lose money
under perfect competition

Economic growth
depends on *imperfect*
competition so firms will
pay fixed costs for ideas



Romer, P. M. (1990). Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy*, 98(5, Part 2):S71–S102.