

# LA TRAMPA MALTHUSIANA

ENRIC MARTORELL

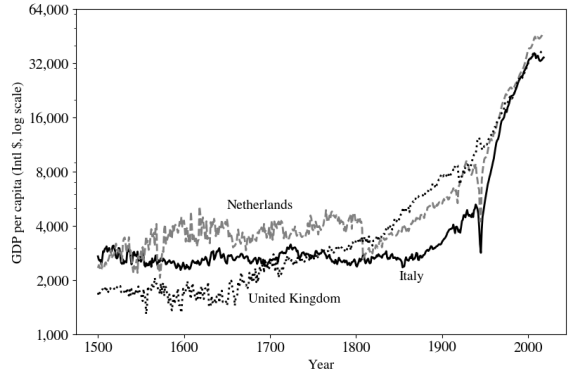
CUNEF

CRECIMIENTO ECONÓMICO

2026

# CRECIMIENTO ECONÓMICO PREINDUSTRIAL

- ▶ El crecimiento económico sostenido es un fenómeno reciente
- ▶ Antes de la Revolución Industrial, el crecimiento económico era prácticamente inexistente
- ▶ Economías de subsistencia basadas en la agricultura



## TEORÍA DE MALTHUS

- ▶ ¿Cómo racionalizar ese estancamiento económico?
- ▶ Malthus, T. R. (1798). *An essay on the principle of population*
- ▶ Teoría económica del crecimiento con tres supuestos básicos:
  1. Más trabajadores conlleva mayor producción → Producto marginal del trabajo positivo
  2. Cada trabajador extra aporta cada vez menos → Producto marginal del trabajo decreciente
  3. El grano es el único medio de subsistencia y su disponibilidad afecta al crecimiento de la población
- ▶ Estos supuestos implican que el crecimiento sostenido de PIBpc es imposible

## UN MODELO DE PRODUCCIÓN AGRÍCOLA

- ▶ Solo un producto: grano ( $Y$ )
- ▶ Dos factores de producción: tierra ( $X$ ) y trabajo ( $L$ )

$$Y_t = B_t X^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (1)$$

- ▶  $B_t > 0$  es la tecnología asociada al uso de la tierra (crece exógenamente)
- ▶ La cantidad de tierra  $X$  es fija (constante)
- ▶  $\alpha > 0$  importancia relativa de los factores en la producción (constante)
- ▶ Por comodidad simplificamos  $A_t = B_t X^\alpha$

$$Y_t = A_t L_t^{1-\alpha} \quad (2)$$

## RENDIMIENTO MARGINAL DEL TRABAJO DECRECIENTE [1]

- Más trabajadores conlleva mayor producción. Matemáticamente:

$$\frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = A_t(1 - \alpha)L_t^{-\alpha} > 0 \quad (3)$$

La primera derivada nos da el signo del producto marginal del trabajo, el cual es positivo. Esto implica que el producto total crece con el número de trabajadores

- Cada trabajador extra aporta cada vez menos → Producto marginal decreciente del trabajo. Matemáticamente:

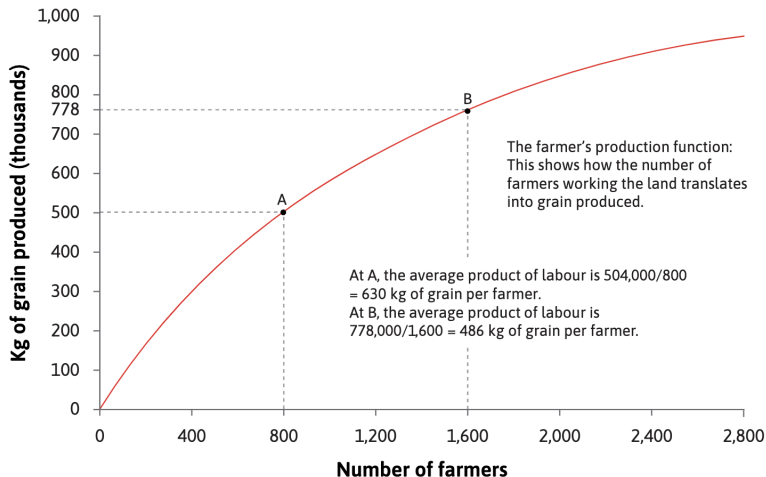
$$\frac{\partial^2 Y_t}{\partial^2 L_t} = A_t(1 - \alpha)(-\alpha)L_t^{-\alpha-1} < 0 \quad (4)$$

## RENDIMIENTO MARGINAL DEL TRABAJO DECRECIENTE [2]

La segunda derivada nos dice como evoluciona el producto marginal del trabajo, el cual decrece con el número de trabajadores

## PRODUCCIÓN MEDIA POR TRABAJADOR

- Como consecuencia del producto marginal decreciente, la producción es una función cóncava en el número de trabajadores



## PRODUCCIÓN MEDIA POR TRABAJADOR Y PIBpc

- ¿Cual es nuestra medida de bienestar en este modelo (PIBpc)?

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t} = A_t L_t^{-\alpha} \quad (5)$$

En este simple modelo PIBpc = producto medio por trabajador

- ¿Qué le ocurre al bienestar si aumenta la población?

$$\frac{\partial y_t}{\partial L_t} = A_t(-\alpha)L_t^{-\alpha-1} < 0 \quad (6)$$

El PIBpc decrece con el número de trabajadores

## ¿CÓMO EVOLUCIONA CON LA POBLACIÓN Y LA TECNOLOGÍA? [1]

- ▶ Asumimos que la tecnología no crece  $g_A = 0$
- ▶ El supuesto del producto marginal decreciente del trabajo por si solo no puede explicar largos periodos donde PIBpc y población no cambian
- ▶ Supuesto adicional: el crecimiento de la población depende del nivel de bienestar.
- ▶ Matemáticamente:

$$g_L = z(y_t - \underline{c}) \quad (7)$$

dónde  $\underline{c}$  es el nivel de ingreso de subsistencia y  $z$  marca la respuesta en el crecimiento de la población ante desviaciones en el PIBpc del nivel de subsistencia

## ¿CÓMO EVOLUCIONA CON LA POBLACIÓN Y LA TECNOLOGÍA? [2]

- Si el PIBpc ( $y_t$ ) es igual al nivel de subsistencia ( $\underline{c}$ )  $\rightarrow g_L = 0$
- Si el PIBpc está por encima del nivel de subsistencia  $\rightarrow g_L > 0$
- Si el PIBpc está por debajo del nivel de subsistencia  $\rightarrow g_L < 0$

## ¿CÓMO EVOLUCIONA EL PIBpc?

- ¿Cuál es la tasa de crecimiento del PIBpc? Depende del crecimiento de cada uno de sus componentes. Probaremos este resultado en la siguiente clase.

$$g_y = g_A - \alpha g_L \quad (8)$$

- El PIBpc crecerá cuando  $g_A > \alpha g_L$
- El PIBpc decrecerá cuando  $g_A < \alpha g_L$
- El PIBpc se mantendrá igual cuando  $g_A = \alpha g_L \rightarrow$  estado estacionario (SS)

## ESTADO ESTACIONARIO (LARGO PLAZO) [1]

- ▶ Un estado estacionario se refiere a una situación en la que las variables clave de un sistema permanecen constantes en el tiempo
- ▶ Es un tipo equilibrio en el que no hay cambios en las variables a lo largo del tiempo
- ▶ En el estado estacionario donde el PIBpc se mantiene constante ( $y^{SS}$ ).  
Usando (7) y (8)

$$g_A = \alpha g_L \quad \Leftrightarrow \quad g_A = \alpha z(y^{SS} - \underline{c}) \quad \Rightarrow \quad y^{SS} = \frac{g_A}{\alpha z} + \underline{c} \quad (9)$$

## ESTADO ESTACIONARIO (LARGO PLAZO) [2]

- ▶ En el largo plazo el PIBpc:
  - Depende positivamente de la tasa de crecimiento tecnológico ( $g_A$ )
  - No depende del nivel de la tecnología ( $A_t$ )
  - Si la tecnología no crece ( $g_A = 0$ ), el PIBpc es igual al nivel de subsistencia

## ESTADO ESTACIONARIO (LARGO PLAZO) [3]

- ¿Qué ocurre con el nivel de población a largo plazo? La población crece a una tasa

$$g_L = z(y_t - \underline{c}) \quad \Leftrightarrow \quad g_L = z(A_t L_t^{-\alpha} - \underline{c}) \Rightarrow L_t = \left( \frac{A_t}{g_L/z + \underline{c}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (10)$$

- Acabamos de ver que el estado estacionario implica  $g_A = \alpha g_L$ , por lo tanto

$$L_t = \left( \frac{A_t}{g_A/(\alpha z) + \underline{c}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (11)$$

## ESTADO ESTACIONARIO (LARGO PLAZO) [4]

- Sin crecimiento tecnológico  $g_A = 0$ , el nivel tecnológico es constante  $A_t = A$

$$L^{SS} = \left( \frac{A}{\underline{c}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (12)$$

## LA TRAMPA MALTHUSIANA: AVANCE TECNOLÓGICO

- Aumento del nivel tecnológico  $A_1 > A_0$  (**NO del crecimiento tecnológico!**)

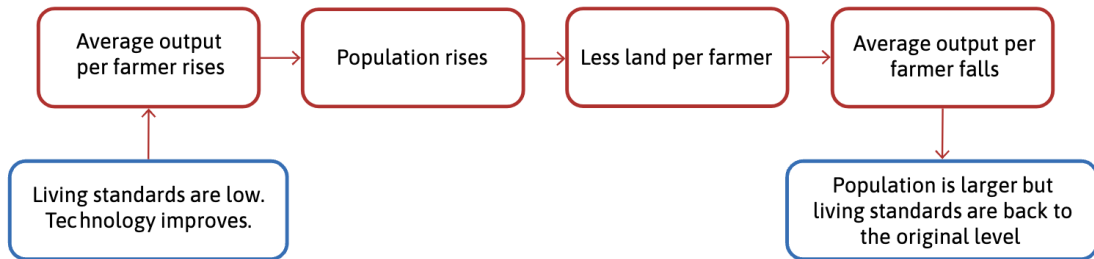
$$\frac{\partial y_t}{\partial A_t} = L_t^{-\alpha} > 0 \quad (13)$$

**En el corto plazo** un aumento del nivel tecnológico aumenta el PIBpc

- Dinámica:

1. Empezamos en un estado estacionario sin progreso tecnológico  $y_{ss} = \underline{c}$
2. Aumento tecnológico externo  $\rightarrow$  aumenta el bienestar (**13**) ( $y_t > \underline{c}$ )
3. Aumento del bienestar  $\rightarrow$  Aumento de la población (**7**) ( $g_L > 0$ )
4. Aumento de la población  $\rightarrow$  Reducción del bienestar (**8**) ( $g_y < 0$ )
5. Hasta que  $y_t = y^{ss} = \underline{c}$  y el sistema se estabiliza

# LA TRAMPA MALTHUSIANA



Fuente: CORE

## LA TRAMPA MALTHUSIANA: LA DINÁMICA

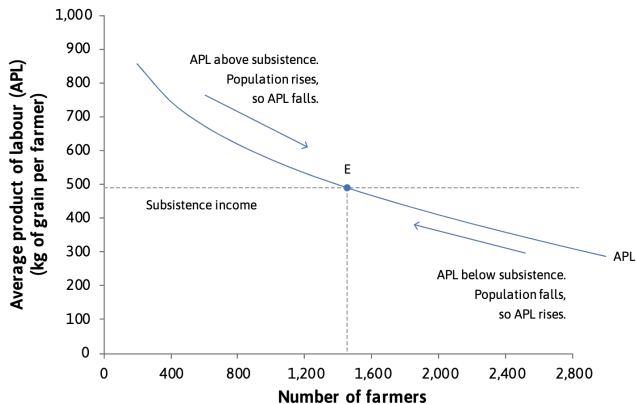
► En este gráfico visualizamos esta dinámica donde:

→  $y^{SS} = \underline{c} \approx 500$

→  $L^{SS} \approx 1400$

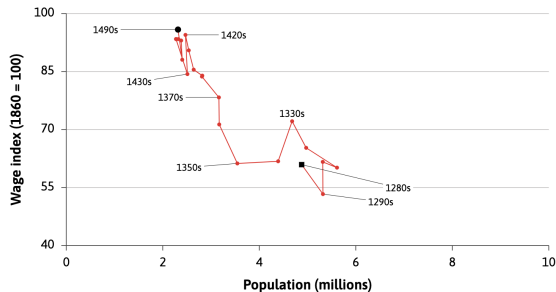
→ El estado estacionario (o equilibrio)  $E$  es la combinación  $(y^{SS}, L^{SS})$

► Empezando en  $E$ , un incremento tecnológico aumenta el PIBpc temporalmente y nos mueve hacia la izquierda del gráfico. La dinámica nos mueve de nuevo hacia  $E$



## EVIDENCIA DE LA TEORÍA MALTHUSIANA: INGLATERRA 1280-1800 [1]

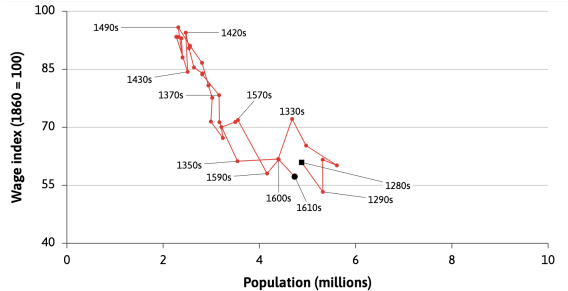
- 1280-1490: La población decreció durante el s.XIV debido a la peste bubónica. Como predice la teoría de Malthus, el bienestar (salario) aumentó.



Fuente: CORE

## EVIDENCIA DE LA TEORÍA MALTHUSIANA: INGLATERRA 1280-1800 [2]

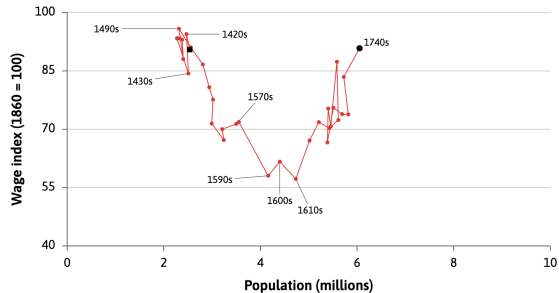
- 1500-1610: El crecimiento del bienestar llevó a un incremento poblacional durante el s.XVI



Fuente: CORE

## EVIDENCIA DE LA TEORÍA MALTHUSIANA: INGLATERRA 1280-1800 [3]

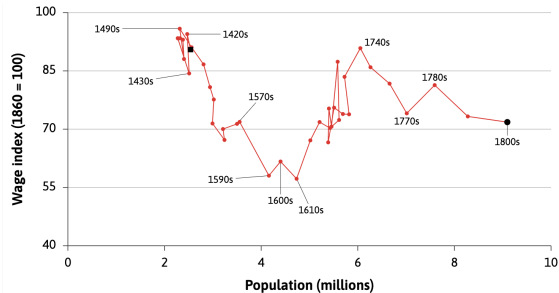
- 1610-1740: La población crece más rápido que el bienestar, y el bienestar vuelve a caer



Fuente: CORE

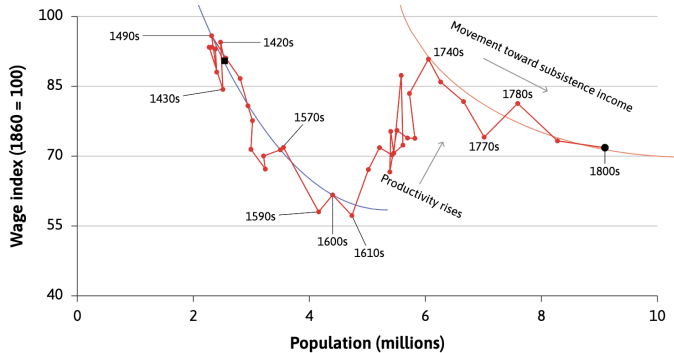
## EVIDENCIA DE LA TEORÍA MALTHUSIANA: INGLATERRA 1280-1800 [4]

- 1740-1800: La población crece más rápido que el bienestar, y el bienestar vuelve a caer



Fuente: CORE

## EVIDENCIA DE LA TEORÍA MALTHUSIANA: INGLATERRA 1280-1800 [5]



Fuente: CORE

- Aquí tenéis un ejemplo numérico de cómo este modelo puede replicar esta dinámica usando python

## EVIDENCIA DE LA TEORÍA MALTHUSIANA: INGLATERRA 1280-1800 [6]

- ¿Como explicaría el modelo de Malthus que el PIBpc en 1800 esté por encima del de 1200?

$$y^{SS} = \frac{g_A}{\alpha z} + \underline{c} \quad (14)$$

- Asumiendo que 1800 es un nuevo estado estacionario, y dado que cambios en el nivel de tecnología ( $A$ ) no afectan al nivel de PIBpc en el largo plazo, las opciones son:
  - Aumento en la tasa de crecimiento tecnológico  $g_A$
  - Disminución en  $z$
  - Disminución en  $\alpha$
  - Aumento en  $\underline{c}$

## CONCLUSIONES DE MALTHUS

*Sin embargo, en todas las sociedades, incluso en aquellas que son mas viciosas, la tendencia a un apego virtuoso (es decir, el matrimonio) es tan fuerte, que hay un esfuerzo constante hacia un aumento de la población. Este esfuerzo constante tiende constantemente a someter a las clases bajas de la sociedad a la angustia y a impedir cualquier gran mejora permanente de su condición.*

—Thomas R. Malthus (1798)

- ▶ Malthus concluye que las clases bajas están destinadas a permanecer pobres debido a su deseo de tener hijos cuando aumenta su bienestar

## CONCLUSIONES DE MALTHUS [1]

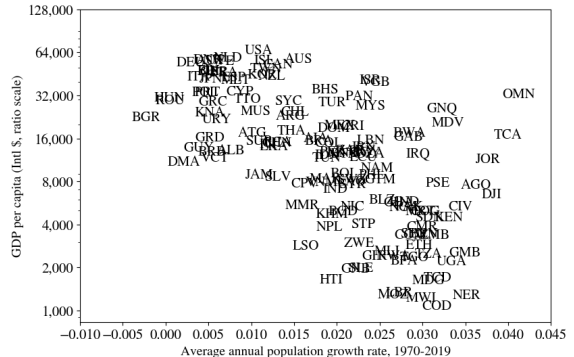
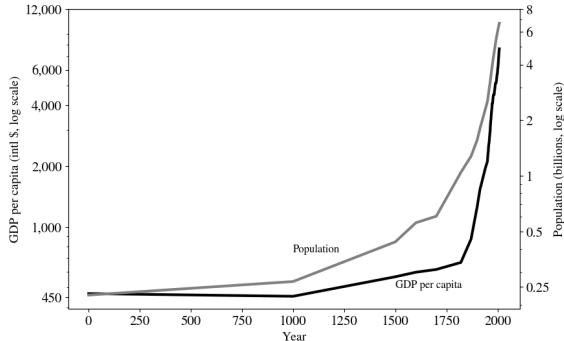
- ▶ ¿Por qué algunos países son ricos y otros pobres?
  - Diferentes tasas de crecimiento de la tecnología
- ▶ ¿Por qué algunos países crecen más rápido que otros?
  - Sin respuesta, tasa de crecimiento del PIBpc depende del crecimiento tecnológico que es exógeno

## CONCLUSIONES DE MALTHUS [2]

- ▶ ¿Cuáles son los motores del crecimiento a largo plazo?
  - El crecimiento tecnológico. Si  $g_A = 0$ , sin crecimiento a largo plazo.
- ▶ ¿Qué políticas pueden implementar los gobiernos para fomentar el crecimiento económico?
  - El control de la natalidad afecta a cómo desviaciones del PIBpc del nivel de subsistencia afectan al crecimiento poblacional ( $z$ ). Si  $z$  disminuye,  $y^{ss}$  aumenta.

# TEORÍA DE MALTHUS POST-1800

- ▶ Desde 1800 el PIBpc mundial ha aumentado, mientras la población seguía creciendo
- ▶ En la actualidad, todo lo contrario. Bienestar económico se correlaciona negativamente con fertilidad



## TEORÍA DE MALTHUS POST-1800 [1]

- ▶ Para pasar del modelo de Malthus a uno que explique el crecimiento económico moderno, debemos romper con alguno de los supuestos clave de su modelo
- ▶ Dos factores de producción: tierra y trabajo
  - En la realidad existen más factores, y a partir de 1800 el capital tiene un rol primordial

## TEORÍA DE MALTHUS POST-1800 [2]

- ▶ El factor tierra es fijo y no puede ajustarse endógenamente
  - Fertilizantes, y formas de construcción y estructuración de la tierra más avanzadas, hacen que hoy en día sea un producto menos finito
- ▶ La población crece con el PIBpc hasta acercarse a la tasa natural de natalidad
  - Otros factores determinan como crece la población y no solo la distancia en el nivel de bienestar respecto al nivel de subsistencia



## BIBLIOGRAFÍA [1]

Malthus, T. R. (1798). *An essay on the principle of population*.