

HOJA DE PROBLEMAS 1 — SOLUCIONES

Hechos sobre el crecimiento económico

Crecimiento Económico

CUNEF

Ejercicio 1: PIB real y Paridad de Poder Adquisitivo

1. **PIB Real** (a precios constantes de un año base): $\text{PIB Real}_t = \frac{\text{PIB Nominal}_t}{\text{Índice de Precios}_t} \times \text{Índice de Precios}_{\text{base}}$
2. **PIB per cápita real**: $\text{PIBpc Real}_t = \frac{\text{PIB Real}_t}{\text{Población}_t}$
3. **PIBpc real en términos de PPA**: $\text{PIBpc Real (PPA)}_t = \frac{\text{PIBpc Real}_t}{\text{Factor de Conversión PPA}_{\text{base}}}$

Datos para Brasil en 2022 (base 2019):

PIB Nominal (2022)	R\$9,900 miles de millones
Índice de Precios (2019)	100
Índice de Precios (2022)	120
Población (2022)	215 millones
Factor de Conversión PPA (2019)	R\$2.5 = \$1

- (a) Calcula el PIB Real de Brasil en 2022 a precios constantes de 2019.

Solución:

$$\text{PIB Real}_{2022} = \frac{9,900}{120} \times 100 = \text{R\$8,250 miles de millones}$$

- (b) Calcula el PIB per cápita real de Brasil en 2022.

Solución:

$$\text{PIBpc Real}_{2022} = \frac{\text{R\$8,250 miles de mm}}{215 \text{ millones}} = \text{R\$38,372}$$

- (c) Convierte el PIB per cápita real a dólares PPA de 2019.

Solución:

$$\text{PIBpc Real (PPA)}_{2022} = \frac{\text{R\$38,372}}{2.5} = \$15,349$$

- (d) El PIBpc de EEUU en 2022 fue aproximadamente \$65,000 (PPA 2019). ¿Cuántas veces mayor es el PIBpc de EEUU respecto al de Brasil? ¿Por qué usamos PPA en lugar de tipos de cambio de mercado para esta comparación?

Solución:

$$\text{Ratio} = \frac{65,000}{15,349} \approx 4.2x$$

Usamos PPA porque los tipos de cambio de mercado no reflejan las diferencias en precios locales entre países. Un dólar compra más bienes y servicios en Brasil que en EEUU, por lo que usar tipos de cambio de mercado exageraría la brecha real de bienestar. La PPA ajusta por estas diferencias en poder adquisitivo, permitiendo una comparación en “unidades de consumo real”.

Ejercicio 2: La Regla del 70

- (a) Partiendo de $P_t = 2P_0$, deriva la expresión para el tiempo de duplicación t^* .

Solución:

Partimos de $P_t = P_0 e^{gt}$ y buscamos t^* tal que $P_{t^*} = 2P_0$:

$$2P_0 = P_0 e^{gt^*} \implies 2 = e^{gt^*} \implies \ln(2) = gt^* \implies t^* = \frac{\ln(2)}{g} \approx \frac{0.7}{g}$$

Expresado en porcentajes: $t^* \approx \frac{70}{g \times 100}$.

- (b) Aplica la Regla del 70 para completar la tabla:

Solución:

País	Tasa de crecimiento anual (%)	Tiempo de duplicación (años)
EEUU	2.0	$70/2 = 35$
Corea del Sur	5.0	$70/5 = 14$
Nigeria	1.0	$70/1 = 70$
China	7.0	$70/7 = 10$

- (c) Si EEUU tiene hoy un PIBpc de \$65,000 y Nigeria de \$2,200, ¿cuál será el PIBpc aproximado de cada país dentro de 70 años?

Solución:

EEUU (2%): se duplica cada 35 años, así que en 70 años se duplica 2 veces:

$$65,000 \times 2^2 = 65,000 \times 4 = \$260,000$$

Nigeria (1%): se duplica cada 70 años, así que en 70 años se duplica 1 vez:

$$2,200 \times 2^1 = \$4,400$$

La brecha absoluta pasa de \$62,800 a \$255,600.

- (d) ¿Por qué pequeñas diferencias en tasas de crecimiento tienen consecuencias enormes a largo plazo?

Solución:

Porque el crecimiento es exponencial: pequeñas diferencias en la tasa se acumulan multiplicativamente con el tiempo. Una diferencia de tan solo 1 punto porcentual (2% vs. 1%) hace que, en 70 años, un país cuadruple su PIBpc mientras el otro solo lo duplique. A lo largo de generaciones, estas diferencias producen enormes brechas en niveles de vida. Como dice la Regla del 70: pasar del 2% al 3% reduce el tiempo de duplicación de 35 a poco más de 23 años.

Ejercicio 3: Crecimiento exponencial y convergencia

Datos: $y_{A,0} = 50,000$, $g_A = 0.015$; $y_{B,0} = 5,000$, $g_B = 0.06$.

- (a) Plantea la ecuación de convergencia.

Solución:

Buscamos t^* tal que $y_B(t^*) = y_A(t^*)$:

$$y_{B,0} e^{g_B t^*} = y_{A,0} e^{g_A t^*}$$

$$5,000 e^{0.06 t^*} = 50,000 e^{0.015 t^*}$$

- (b) Resuelve para t^* .

Solución:

Dividimos ambos lados por $5,000 e^{0.015 t^*}$:

$$e^{(0.06-0.015) t^*} = \frac{50,000}{5,000} = 10$$

$$0.045 t^* = \ln(10) \approx 2.303$$

$$t^* = \frac{2.303}{0.045} \approx 51.2 \text{ años}$$

(c) ¿A cuánto ascenderá el PIBpc de ambos países en ese momento?

Solución:

$$y_A(51.2) = 50,000 \times e^{0.015 \times 51.2} = 50,000 \times e^{0.768} \approx 50,000 \times 2.155 \approx \$107,750$$

$$y_B(51.2) = 5,000 \times e^{0.06 \times 51.2} = 5,000 \times e^{3.072} \approx 5,000 \times 21.58 \approx \$107,900$$

Ambos convergen en torno a $\approx \$107,800$.

(d) ¿Es realista suponer que el país *B* mantendrá una tasa del 6% durante 51 años?

Solución:

No es realista. Los hechos estilizados nos dicen que las tasas de crecimiento no son constantes a lo largo del tiempo (Hecho #3). Mantener un crecimiento del 6% durante más de 50 años es extremadamente raro. Incluso los “milagros del crecimiento” (como Corea del Sur o China) tienden a desacelerar a medida que se acercan a la frontera tecnológica. Además, el Hecho #2 muestra que existe mucha variabilidad en las tasas de crecimiento de los países pobres. Por tanto, el cálculo de convergencia es un ejercicio teórico que ilustra el poder del crecimiento compuesto, pero no una predicción fiable.

Ejercicio 4: Interpretación de la distribución mundial del PIBpc

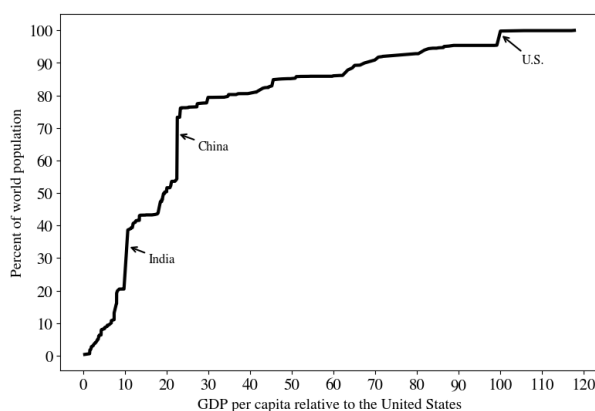


Figura 1: Distribución del PIBpc relativo a EEUU

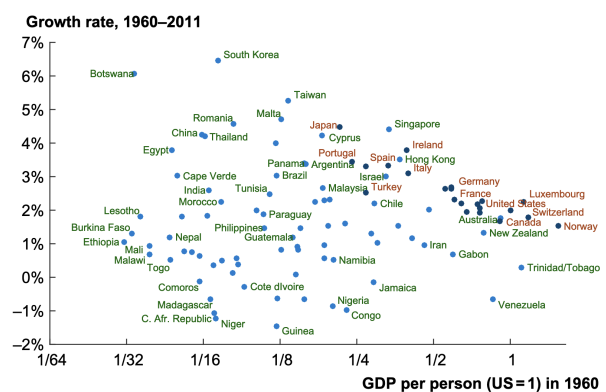


Figura 2: PIBpc (1960) vs. crecimiento (1960–2011)

(a) ¿Qué porcentaje de la población mundial vive en países con un PIBpc < 30% del de EEUU?

Solución:

Aproximadamente el **80%** de la población mundial vive en países con un PIBpc inferior al 30% del de EEUU. Esto implica que la desigualdad global es enorme: la gran mayoría de la humanidad vive en países con niveles de renta muy por debajo de los de las economías más desarrolladas.

- (b) ¿Se observa convergencia o divergencia?

Solución:

No se observa una relación clara ni universal. Hay países pobres que crecieron muy rápido (convergencia) y otros que crecieron muy poco o incluso decrecieron (divergencia). No hay una tendencia general de convergencia incondicional: el nivel inicial de PIBpc no predice de forma sistemática la tasa de crecimiento posterior. Se observan tanto convergencia como divergencia.

- (c) Identifica “milagros” y “desastres” del crecimiento.

Solución:

Milagros del crecimiento (tasas $> 5\%$): Generalmente corresponden a países de Asia Oriental que partían de niveles de PIBpc bajos o medios (por ejemplo, Corea del Sur, Taiwán, China, Singapur). Se sitúan en la parte superior izquierda de la Figura 2.

Desastres del crecimiento (tasas $< 0\%$): Tienden a ser países pobres, frecuentemente africanos o afectados por conflictos e inestabilidad institucional. Se sitúan en la parte inferior izquierda de la Figura 2.

Tanto los milagros como los desastres tienden a pertenecer a países inicialmente pobres, lo que explica la alta variabilidad de crecimiento en ese grupo.

- (d) ¿Es mayor la variabilidad entre países ricos o pobres?

Solución:

La variabilidad es mucho mayor entre los **países pobres**. Los países ricos (cercaños al PIBpc de EEUU) presentan tasas de crecimiento relativamente agrupadas en torno al 2–3%, mientras que los países pobres muestran un rango muy amplio, desde tasas negativas hasta superiores al 5%.

Esto implica que la distribución mundial del PIBpc es inestable entre los países pobres: algunos convergen hacia los ricos (milagros) mientras otros se alejan aún más (desastres). La posición relativa de un país pobre no está predeterminada y puede cambiar drásticamente en pocas décadas (Hecho #4: posición relativa).

Ejercicio 5: Hechos de Kaldor

Década	Crecimiento PIBpc (%)	Retorno del capital (%)	Participación trabajo (%)	Inversión/PIB (%)
1960s	2.1	7.5	65	22
1970s	1.8	8.0	64	21
1980s	2.3	7.2	63	23
1990s	2.0	7.8	62	22
2000s	2.2	7.5	55	21
2010s	1.9	7.3	52	22

(a) ¿Son los datos consistentes con cada Hecho de Kaldor?

Solución:

- **Hecho #1** (crecimiento PIBpc positivo y constante): **Sí, consistente**. La tasa oscila entre 1.8% y 2.3%, valores positivos y relativamente estables sin tendencia clara.
- **Hecho #2** (retorno del capital sin tendencia): **Sí, consistente**. El retorno fluctúa entre 7.2% y 8.0%, sin tendencia al alza ni a la baja.
- **Hecho #3** (participación del trabajo sin tendencia): **No consistente**. Se observa una caída clara de 65% a 52%.
- **Hecho #4** (inversión/PIB sin tendencia): **Sí, consistente**. La ratio se mantiene estable entre 21% y 23%.

(b) ¿Qué Hecho de Kaldor parece violarse?

Solución:

El **Hecho de Kaldor #3** (participación del trabajo) parece violarse. Se observa una tendencia descendente clara: la participación del trabajo cae de 65% en los 1960s a 52% en los 2010s, con una caída especialmente pronunciada a partir de los 2000s (de 62% a 55% y luego a 52%).

(c) ¿Cómo afectan las dos interpretaciones posibles de esta caída a la validez de los Hechos de Kaldor?

Solución:

- **Si es un cambio contable:** Los Hechos de Kaldor siguen siendo válidos como descripción del crecimiento a largo plazo. La caída observada sería un artefacto estadístico debido a cambios en los métodos de cálculo de las cuentas nacionales (por ejemplo, en la reclasificación de rentas mixtas o autoempleo), no un cambio real en la estructura económica.

- **Si es un fenómeno real:** Los Hechos de Kaldor, al menos el #3, necesitarían revisarse. Esto abriría una línea de investigación sobre las causas (automatización, globalización, poder de mercado de las empresas, etc.) y las teorías del crecimiento deberían adaptarse para explicar esta nueva regularidad.

(d) ¿Por qué es importante la consistencia con los hechos estilizados?

Solución:

Como señaló Kaldor (1961), toda teoría económica debe empezar con un resumen de los hechos estilizados que trata de explicar. Los Hechos de Kaldor representan las regularidades empíricas fundamentales del crecimiento a largo plazo. Si una teoría no es capaz de reproducir estos hechos, entonces no captura correctamente los mecanismos esenciales del crecimiento y sus predicciones serán poco fiables. Los hechos estilizados actúan como un “test mínimo” que todo modelo de crecimiento debe superar.